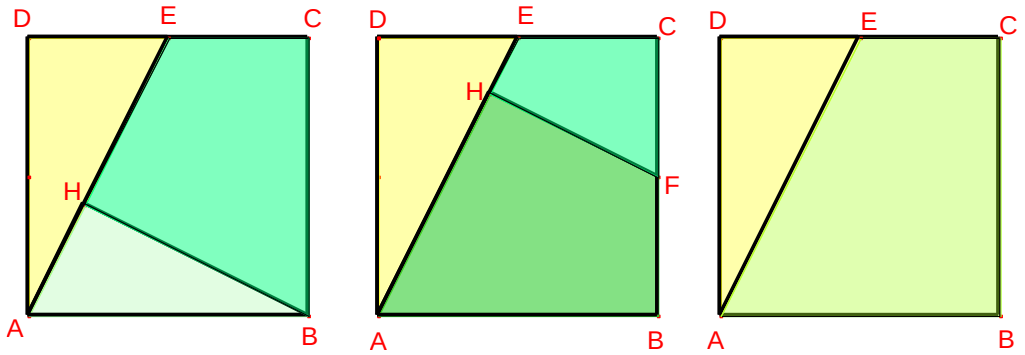
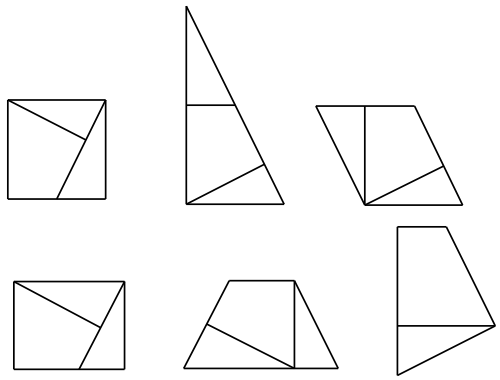
MODULI DIDATTICI

I Tre Pezzi (infanzia - 1^ e 2^ primaria)

Equiestensione per somma di parti congruenti	**Indicazioni e note**
Preparazione dell'attività  Costruzione del quadrato: - disegnare un quadrato ABCD di 12 cm di lato (Le dimensioni dei quadrati, e dei lati dei pezzi, interessano soltanto l'insegnante) - individuare il punto medio E di DC - unire A con E - tracciare BH perpendicolare ad AE - si ottengono i triangoli rettangoli AED e ABH e il quadrilatero BCEH Preparazione del materiale: (cartoncino, o legno, o altri materiali di spessori diversi) ▪ Per l'infanzia: Disegnare due quadrati bicolore (fronte/retro) per ciascun alunno: uno servirà alla costruzione da incollare dopo la manipolazione, l'altro alla manipolazione successiva. Ritagliare ciascun quadrato in tre pezzi, in modo che l'alunno non conosca il quadrato di partenza ▪ Per la 1^ e la 2^: Disegnare un quadrato bicolore (fronte/retro) per ciascun alunno Predisporre per ciascun alunno i tre pezzi dello stesso colore e spessore. Predisporre fogli bianchi, matita per ciascun alunno	L'attività è suddivisa in varie parti, e ciascuna può essere svolta in giorni diversi (può essere proposta anche in classe 3^) I pezzi devono essere disegnati e ritagliati in modo preciso e resistenti alla manipolazione da parte degli alunni



poligoni convessi costruibili

Sequenza dell' attività *1^ parte* *Lavoro individuale* *Predisposizione del lavoro con istruzioni* Consegnare a ciascun alunno i due pezzi: ciascun alunno abbia i suoi pezzi colorati dello stesso colore fronte e retro (colore e spessore diverso per vicini di banco): Consegne dell'insegnante: *-Costruite una figura a piacere, rispettando queste regole:* -Usate per ogni figura tutti e tre i pezzi. -I pezzi non devono sovrapporsi, ma devono confinare con almeno una parte del lato o con tutto il lato. Sviluppi e ampliamenti possibili Analisi dei pezzi L'insegnante invita i bambini a verificare (per sovrapposizione) se i propri pezzi sono veramente **congruenti** (uguali) a quelli dei compagni vicini. Quindi a riconoscere la forma di ciascun pezzo (accontentandosi di nomi non convenzionali per il quadrilatero) e fa confrontare i due triangoli chiedendo differenze e somiglianze. Dopo varie costruzioni, l'insegnante distribuisce un foglio a ciascuno e propone. *-Costruite (poggiando i pezzi su questo foglio) una figura a piacere, rispettando le regole* *- Incollatela (per infanzia) pezzo per pezzo sul foglio* *- Ripassate la sagoma (per la 1^ e 2^) dell'intera figura e di ciascun pezzo* *-Quindi date un nome alla vostra figura e scrivetelo sotto la figura* L'insegnante fa presentare a ciascun bambino la sua figura e la affigge su una parete visibile da tutti. Sulla parete, consegnati tutti i lavori, saranno visibili tante figure quanti sono gli alunni della classe.	Le consegne saranno date verbalmente, con chiarezza, accertandosi che tutti gli alunni abbiano capito L'insegnante controlla che le regole vengano rispettate Si accetteranno tutte le costruzioni (sia concave che convesse)

2^ parte *Confronto e discussione di classe, guidata dall'insegnante* Ogni bambino, di fronte alla classe, presenta la propria figura ai compagni. Quindi risponde alle domande dell'insegnante: *-Di quale colore è la tua figura?* *-Quanti pezzi hai usato?* *-Quale forma hanno i tuoi pezzi?* Dopo l'intervento individuale di tutti i bambini, l'insegnante chiede alla classe *-Che cosa cambia, che cosa hanno di diverso tutte queste figure?* *-Che cosa non cambia, che cosa hanno di uguale tutte queste figure?* **Conclusione** **La discussione collettiva deve essere finalizzata al riconoscimento degli invarianti: colore dei pezzi di ciascuna figura, la forma e il numero dei pezzi** L'invariante dell'equiestensione è in fase di costruzione: si accetteranno ancora le risposte errate anche in considerazione di argomentazioni legate alla sola evidenza percettiva (la figura più "allungata" è solitamente pensata più estesa…) (risposte errate si potranno ritrovare anche nel riproporre l'attività in seconda e terza) Si accettano tutte le espressioni e tutte le argomentazioni dei bambini, ma si coordinano, si ripetono, si mettono a confronto, si chiedono spiegazioni Si introducono e si utilizzano termini tecnici come numero, forma, dimensione. Si cerca di far arrivare senza forzature alla conclusione esposta sopra.	Introduzione del significato del termine *confrontare* I termini utilizzati per il pezzo-trapezio potranno essere i più diversi (quadrato storto,...); l'introduzione condivisa della denominazione corretta non deve necessariamente comportare uno sviluppo completo a questo livello delle proprietà dei quadrilateri
3^ parte *Conservazione dell'estensione* L'insegnante invita i bambini a prendere un pezzo per volta e a farlo **traslare** e **ruotare**. Chiede quindi cosa è cambiato e cosa non è cambiato dopo le operazioni effettuate. Sviluppi e ampliamenti possibili Geometria delle trasformazioni: traslazione, rotazione, ribaltamento con attività corporee e ludiche **Conclusione** **La discussione collettiva deve essere finalizzata al riconoscimento degli invarianti dopo ciascuno dei movimenti effettuati.**	Se la situazione lo permette, si propongono attività corporee e ludiche per i concetti di trasformazione, anche introducendo i termini propri. I racconti permettono di integrare il lavoro geometrico precedente e aggiungono elementi affettivi importanti per la verifica dei

4^ parte *Collegamenti con altre discipline* L'insegnante invita ogni bambino a osservare la figura da lui costruita con i due pezzi invitando a raccontare *(per infanzia)*, o scrivere *(per la 1^ e 2^)* un breve racconto, col titolo "**Invento una storia sulla mia figura**". L'insegnante registra i racconti o raccoglie i fogli con gli elaborati. **Conclusione** **Le storie verranno lette alla classe.** **Verifica** *Confronto tra due figure diverse* Verifica: scheda **DueP 1** per la 2^ (presentare al CRSEM le schede complete di figure disegnate)	processi di apprendimento da parte del-l' insegnante.

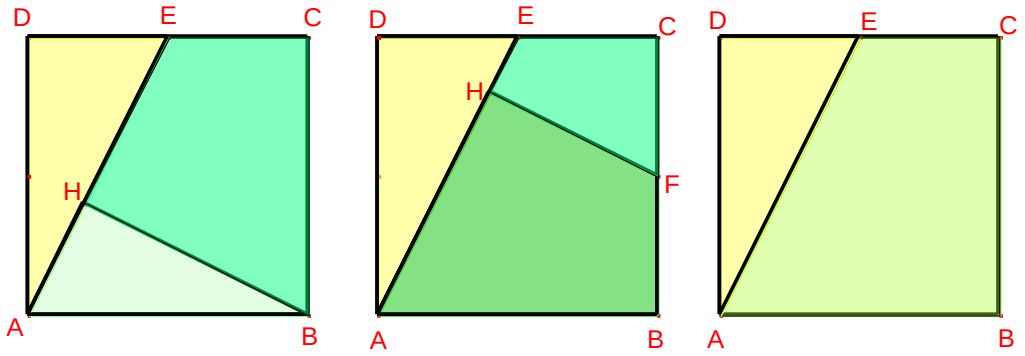
Scheda Due P 1

Classe 2^ scuola……..
Alunni ……

	Di quale colore sono i pezzi?	Di quale forma sono i pezzi?	Quanti sono i pezzi ?
Figura 1 ……			
Figura 2 ……			

I Tre Pezzi (3^ e 4^ primaria)

Equiestensione per somma di parti congruenti	**Indicazioni e note**
Preparazione dell'attività	



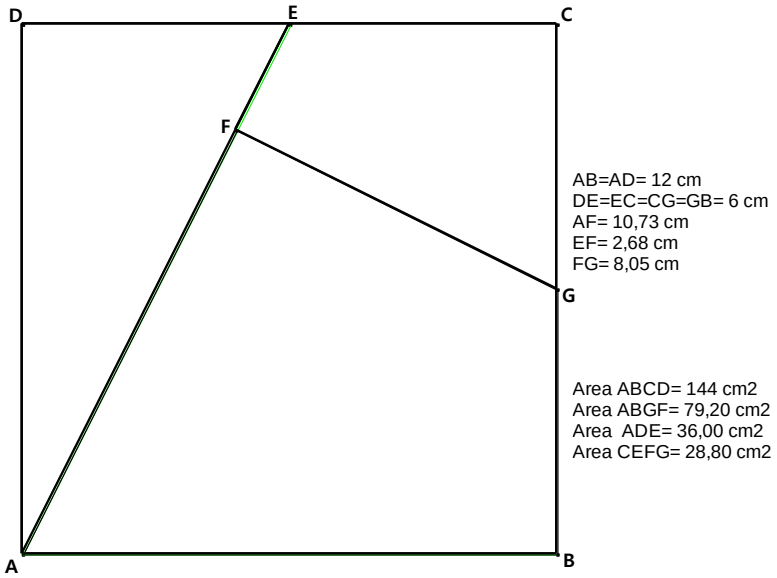
L'attività è suddivisa in varie parti, e ciascuna può essere svolta in giorni diversi (può essere proposta anche in classe 5^)

Costruzione del quadrato:

- disegnare un quadrato ABCD di 12cm di lato (Le dimensioni dei quadrati, e dei lati dei pezzi, interessano soltanto l'insegnante)
- individuare il punto medio E di DC
- unire A con E
- individuare il punto medio F di BC
- tracciare la perpendicolare FH ad AE
- si ottengono il triangolo rettangolo AED e i quadrilateri ABFH e ECFH

Preparazione del materiale:
(cartoncino, o legno, o altri materiali)
Disegnare **un quadrato bicolore (fronte/retro) per ciascun alunno**. Ritagliare ciascun quadrato in tre pezzi, in modo che l'alunno non conosca il quadrato di partenza
Predisporre per ciascun alunno i tre pezzi dello stesso colore.
Predisporre fogli bianchi, matita per ciascun alunno

I pezzi devono essere disegnati e ritagliati in modo preciso e resistenti alla manipolazione da parte degli alunni



Sequenza dell' attività	
1^ parte *Lavoro individuale* *Predisposizione del lavoro con istruzioni*	
Consegnare a ciascun alunno i tre pezzi: ciascun alunno abbia i suoi pezzi con una faccia dello stesso colore (colore diverso per vicini di banco): Consegne dell'insegnante: *-Costruite una figura a piacere, rispettando queste regole:* -Usate per ogni figura tutti i pezzi. -I pezzi non devono sovrapporsi, ma devono confinare con almeno una parte del lato o con tutto il lato.	Le istruzioni possono essere scritte e rispettate sotto il controllo costante dell'insegnante L'insegnante controlla che le regole vengano rispettate
Sviluppi e ampliamenti possibili Analisi dei pezzi L'insegnante invita i bambini a verificare se i propri pezzi sono veramente **congruenti** (uguali) a quelli dei compagni vicini.	La verifica può essere fatta con la sovrapposizione.
Quindi chiede di riconoscere la forma di ciascun pezzo (introducendo il nome quadrilatero) e fa confrontare i due quadrilateri chiedendo differenze e somiglianze.	L'introduzione condivisa della denominazione corretta dei due pezzi porterà successivamente alla classificazione dei triangoli e dei quadrilateri
Dopo varie costruzioni, l'insegnante distribuisce un foglio a ciascuno e propone: *-Costruite (poggiando i pezzi su questo foglio) due figura a piacere, rispettando le regole*	

-Disponete ciascuna figura costruita sul foglio e ripassare la sagoma dell'intera figura e di ciascuno dei due pezzi *-Quindi date un nome alla figura e scrivetelo sotto la figura*	
<u>2^ parte</u> *Lavoro a coppie* Consegnare, in questo momento, la scheda da far compilare alle varie coppie, una per coppia **DueP 2** Ciascuna coppia numera (1 e 2, 3 e 4) e osserva le figure disegnate e colorate, discute e compila la tabella della scheda.	Costituzione delle coppie, tenendo conto dei seguenti criteri: Figure adatte al confronto; l'insegnante deve controllare che le figure non siano tutte e due dello stesso colore. Il bambino può manipolare ancora i pezzi. Compatibilità fra i componenti, sia per l'aspetto socio affettivo, sia per il rendimento scolastico (di pari livello e non).
<u>3^ parte</u> *Confronto e discussione di classe, guidata dall'insegnante* Ogni coppia presenta alla classe la sua tabella, mostrando le figure confrontate (le figure possono essere affisse, per favorirne l'osservazione da parte di tutti) Le altre coppie o i singoli alunni possono intervenire con domande o osservazioni	Si spieghi il significato del termine confrontare
Conclusione **La discussione collettiva deve essere finalizzata al riconoscimento degli invarianti: colore dei pezzi di ciascuna figura, la forma dei pezzi, numero dei pezzi e l'estensione** Per favorire la costruzione dell'invariante dell'equiestensione, si possono mettere a confronto due soltanto delle figure costruite, chiedendone il confronto rispetto all'estensione. Si introduce e si utilizza il termine area (misura dell'estensione)	La rotazione del quadrato (che mantiene le proprietà) attenuerà la confusione col rombo.
Si possono classificare le costruzioni secondo i criteri: - concave/ convesse - senza ribaltamento/ con ribaltamento Sviluppi e ampliamenti possibili: Classificazione dei poligoni costruiti in concavi e convessi Eventuale costruzione della definizione	Si distingua la simmetria assiale da quella speculare.

4^ parte
Conservazione dell'estensione

L'insegnante invita i bambini a prendere un pezzo per volta e a farlo **traslare** e **ruotare**; invita a costruire (ad esempio) il quadrato e ad effettuare i movimenti di cui sopra. Chiede quindi cosa è cambiato e cosa non è cambiato dopo le operazioni effettuate.
L'insegnante propone di costruire il trapezio isoscele a partire dal quadrato (anche mostrando la costruzione richiesta senza colori) e chiede quale movimento ha subito il pezzo triangolare.

Conclusione
La discussione collettiva deve essere finalizzata al riconoscimento degli invarianti dopo ciascuno dei movimenti effettuati.

Sviluppi e ampliamenti possibili
Geometria delle trasformazioni: traslazione, rotazione, simmetria assiale per mezzo di attività ludiche e di rappresentazione, anche con Cabri Géomètre
Verifica

Verifica: scheda **DueP 3** (individuale)

Scheda Due P 2

Classe 3^ 4^ ….. scuola ……

Alunni ……

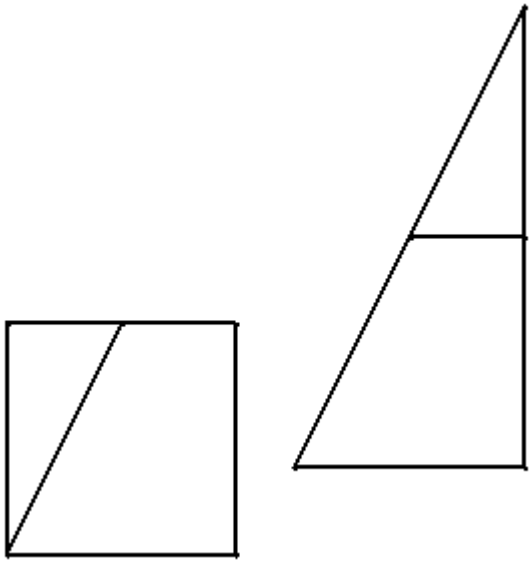
CONFRONTATE	Che cosa cambia: che cosa hanno di diverso	Che cosa non cambia: che cosa hanno di uguale
FIGURA 1 e FIGURA 2		
FIGURA 3 e FIGURA 4		
FIGURA 1, FIGURA 2, FIGURA 3, FIGURA 4.		

Scheda Due P 3

Classe 3^ 4^…… scuola……..

Alunno ……

Filippo ha ricostruito col cartoncino il quadrato e il triangolo.



SI	NO

Ha usato la stessa quantità di cartoncino?

Spiega perché:……

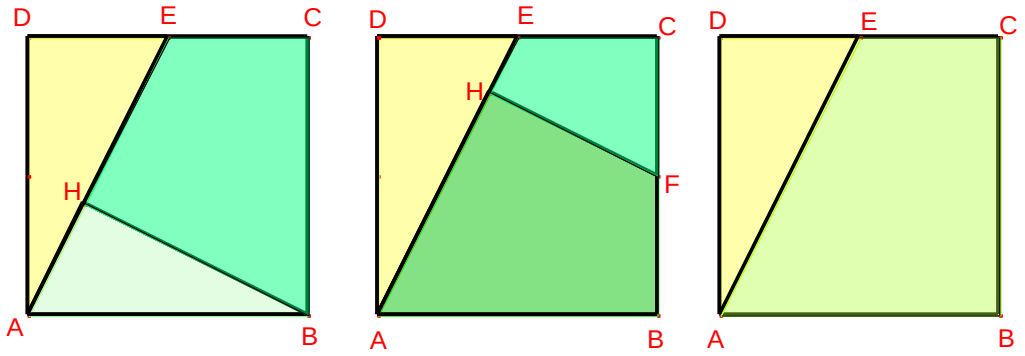
……..

……

……

……

I Due Pezzi (5^ primaria- 1^ e 2^ secondaria di primo grado)

Equiestensione per somma di parti congruenti	**Indicazioni e note**
Preparazione dell'attività  Costruzione del quadrato: - disegnare un quadrato ABCD di 12cm di lato (Le dimensioni dei quadrati, e dei lati dei pezzi, interessano soltanto l'insegnante) - individuale il punto medio E di DC - unire A con E - si ottengono il triangolo rettangolo AED e il trapezio rettangolo ABCE Preparazione del materiale: (cartoncino, o legno, o altri materiali) Disegnare **un quadrato bicolore (fronte/retro) per ciascun alunno**. Ritagliare ciascun quadrato in due pezzi, in modo che l'alunno non conosca il quadrato di partenza Predisporre per ciascun alunno i due pezzi con una faccia dello stesso colore. Predisporre fogli bianchi, matita per ciascun alunno	L'attività è suddivisa in varie parti, e ciascuna può essere svolta in giorni diversi I pezzi devono essere disegnati e ritagliati in modo preciso e resistenti alla manipolazione da parte degli alunni

Sequenza dell' attività	
1^ parte *Lavoro individuale* *Predisposizione del lavoro con istruzioni* Consegnare a ciascun alunno i due pezzi: ciascun alunno abbia i suoi pezzi con una faccia dello stesso colore.	Le istruzioni possono essere scritte e rispettate sotto il controllo costante dell'insegnante

Consegne dell'insegnante: *- Costruite figure a piacere, rispettando queste regole:* - Usate per ogni figura tutti i pezzi. - I pezzi non devono sovrapporsi, ma devono confinare con almeno una parte del lato o con tutto il lato. Dopo varie costruzioni, l'insegnante distribuisce un foglio a ciascuno e propone: *- Costruite (poggiando i pezzi su questo foglio) un poligono concavo e uno convesso, rispettando le regole* *- Ripassate la sagoma dell'intero poligono concavo e quella di ciascun pezzo che lo compone. Fate lo stesso per il poligono convesso* *- Confrontate i due poligoni costruiti* ***rispetto all'area e al perimetro*** *e giustificate le risposte* *2^ parte* *Discussione collettiva* Ciascun alunno legge le proprie risposte (o si associa a quelle già lette) L'insegnante modera la discussione, chiedendo di argomentare le risposte in modo da convincere i compagni dissidenti. **Conclusione** **La discussione collettiva deve essere finalizzata al riconoscimento dell' invariante estensione e della variante perimetro** *3^ parte* *Lavoro individuale* *La misura* L'insegnante invita ciascun alunno a misurare ogni lato dei singoli pezzi in cartoncino, a concordare le misure **per approssimazione** e a **scrivere la corrispondente misura concordata** su ogni lato dei tre pezzi. (vedi scheda per l'insegnante). **Verifica** Quindi chiede di comporre i poligoni convessi indicati dalle schede **Due P 4** e **Due P 5** (quadrato, parallelogramma, triangolo, trapezio isoscele) e di completare le stesse	L'insegnante avrà precedentemente verificato che gli alunni abbiano chiaro il concetto di convessità e concavità dei poligoni. Si spieghi il significato del termine *confrontare*

con i dati richiesti.

Con la scheda **Due P 4** si accerterà la stabilità del concetto di equiestensione concordato nella conclusione.
Con la scheda **Due P 5** si introdurrà la possibilità di isoperimetria in figure equiestese.

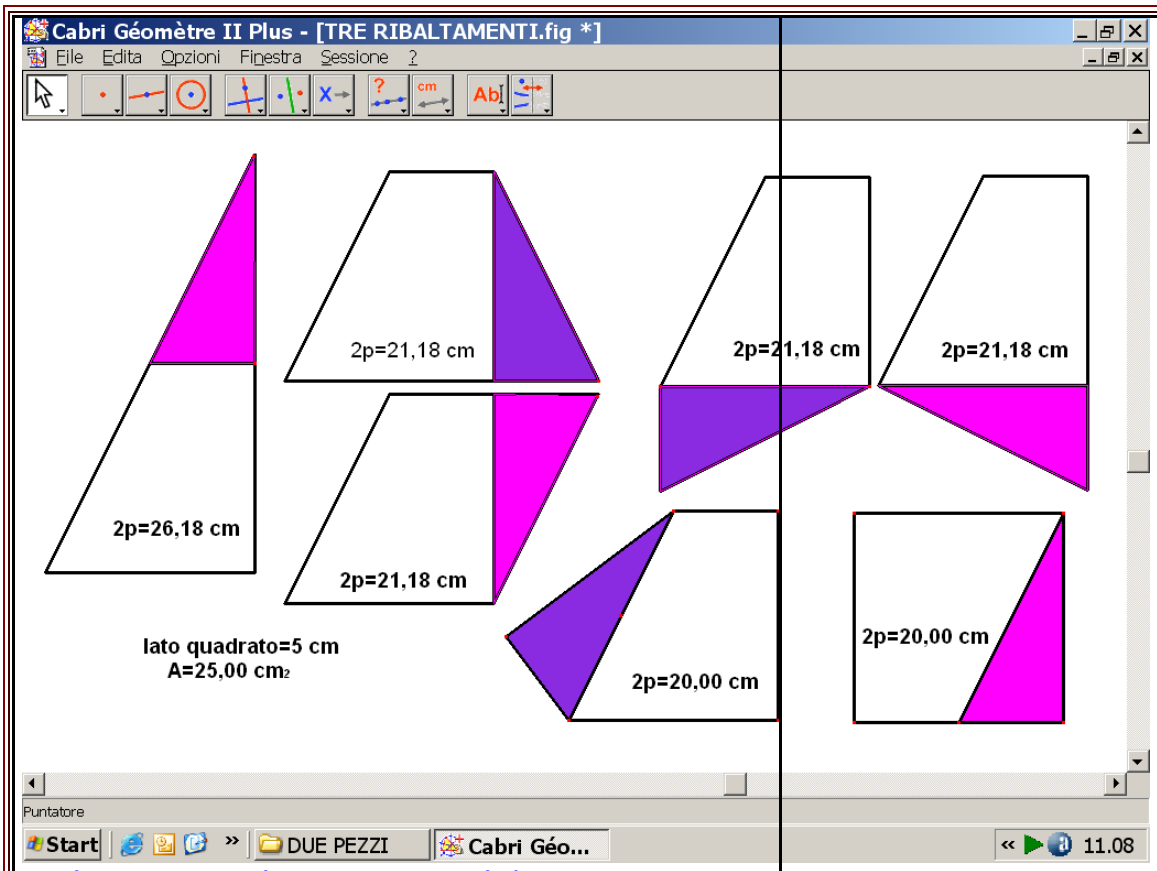
L'insegnante, ritirati e controllati gli elaborati individuali, li raggruppa per soluzioni e apre la discussione chiedendo di mettere a confronto i risultati e di intervenire con argomentazioni idonee e chiare per i compagni, per giungere a conclusioni accettabili da tutti.

La discussione può essere alimentata con domande del tipo:
-Abbiamo considerato tutti i poligoni convessi componibili con i due pezzi?
-Potremmo comporre altri poligoni isoperimetrici, anche concavi?

Pur avendo concordato le dimensioni dei vari pezzi, potranno risultare discrepanze tra il calcolo delle aree con le operazioni aritmetiche e le misure dedotte per logica

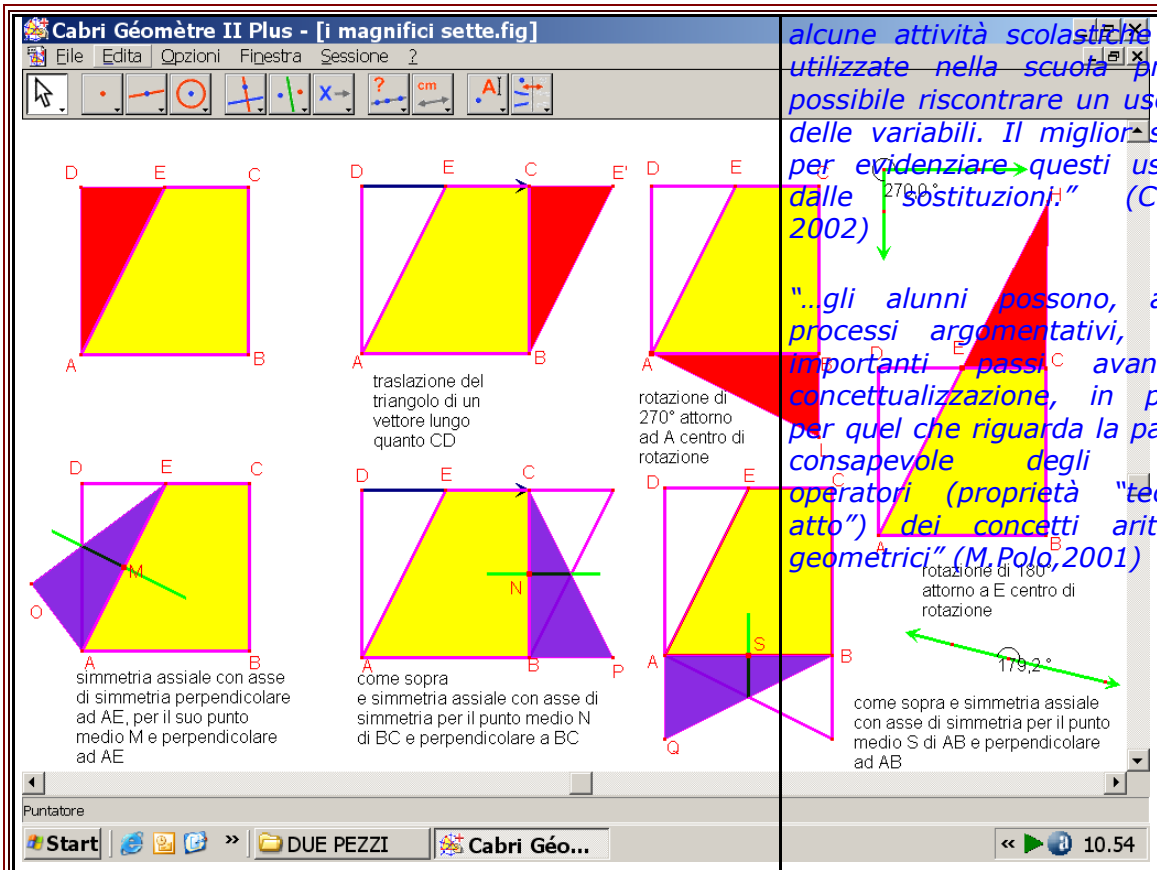
Conclusione

Tutti i poligoni convessi considerati sono equiestesi perché ottenuti sommando parti congruenti (benché ruotate, traslate o ribaltate)
Alcuni poligoni sono anche isoperimetrici perché i lati perimetrali sono gli stessi o di pari lunghezza.



Sviluppi e ampliamenti possibili:
Proprietà di triangoli e di quadrilateri
Approssimazione nel calcolo
Trasformazioni:traslazione, rotazione, simmetria assiale

Le variabili sono tra gli strumenti matematici più importanti ed il loro apprendimento è uno degli obiettivi dell'insegnamento. Esse sono presenti esplicitamente nella scuola secondaria in connessione con l'algebra e le funzioni. Analizzando



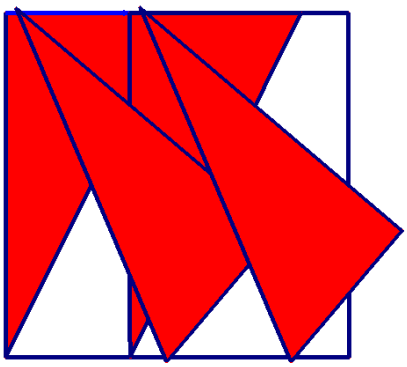
alcune attività scolastiche standard utilizzate nella scuola primaria è possibile riscontrare un uso precoce delle variabili. Il miglior strumento per evidenziare questi usi è dato dalle sostituzioni." (C.Marchini, 2002)

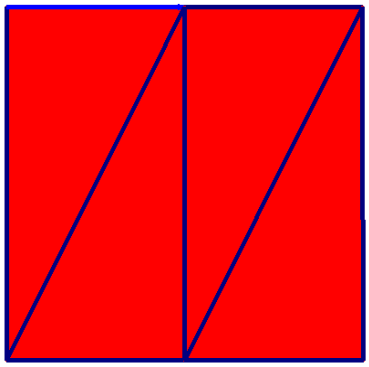
"...gli alunni possono, attraverso processi argomentativi, realizzare importanti passi avanti nella concettualizzazione, in particolare per quel che riguarda la padronanza consapevole degli invarianti operatori (proprietà "teoremi in atto") dei concetti aritmetici e geometrici" (M.Polo,2001)

Analisi dei pezzi

3^ parte

L'insegnante invita gli alunni a trovare **le relazioni tra i due pezzi considerati**





Conclusione

Il pezzo triangolo è 1/3 del pezzo trapezio e ¼ del quadrato perché…

Sviluppi e ampliamenti possibili:
Avvio alla dimostrazione
Frazioni
Costruzione di problemi
Costruzioni con Cabri Géomètre

4^ parte
Lavoro collettivo
La formalizzazione

Come registrare la composizione di ciascuno dei poligoni costruiti?

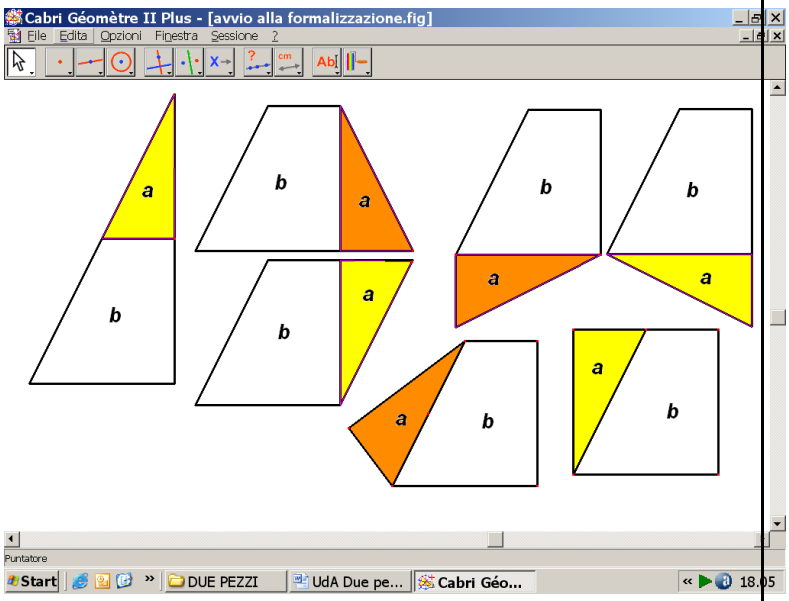
Con il nome di ciascuno dei pezzi, in una tabella, ad es:

QUADRATO	Triangolo rettangolo e Trapezio rettangolo
PARALLELOGRAMMA	Trapezio rettangolo e Triangolo rettangolo
TRIANGOLO	Trapezio rettangolo e Triangolo rettangolo
TRAPEZIO ISOSCELE	Trapezio rettangolo e Triangolo rettangolo
QUADRILATERO	Triangolo rettangolo e Trapezio rettangolo
PENTAGONO	Triangolo rettangolo e Trapezio rettangolo

Si chiede di fare osservazioni sulla registrazione
L'insegnante (se non lo fa un alunno) propone di concordare un sistema più economico di

registrazione, piuttosto che quello di trascrizione del *nome* dei due pezzi, ripetuto, chiedendo di esplicitare quale grandezza può significare QUADRATO oppure PENTAGONO e così via.

La *sostituzione* del nome di ciascun pezzo (con lettere alfabetiche *a* e *b*) può essere un avvio alla formalizzazione, partendo da una situazione vissuta e giustificata



Se gli alunni arrivano alla grandezza AREA, si può compilare una tabella del tipo

AREA del	
QUADRATO	*a+b*
PARALLELOGRAMMA	*b+a*
TRIANGOLO	*b+a*
TRAPEZIO ISOSCELE	*b+a*
QUADRILATERO	*a+b*
PENTAGONO	*a+b*

E possibile che gli alunni deducano:
- Si vede che le aree sono tutte uguali.
Ma conviene calcolare l'area del quadrato perché è la più facile,

Conclusione

L'espressione letterale consente di generalizzare una procedura

SCHEDA Due P 4

Classe……. Scuola……

alunni……

- Costruisci (con i 2 pezzi) i seguenti poligoni convessi: **quadrato, parallelogramma, triangolo, trapezio isoscele**
- Disegna i poligoni costruiti.

- *Calcola l'area del quadrato ……*
- *Calcola ora l'area del triangolo …….*

Cosa osservi?…….

- *Puoi trovare <u>senza fare i calcoli</u> l'area degli altri poligoni costruiti? SI NO*
- *Perché?……*
- *Quale sarà l'area di tutte le figure concave o convesse che si possono costruire con i due pezzi?……*
- *Perché?……*

SCHEDA Due P 5

Classe ……. scuola…….

alunni……

Costruisci (con i 2 pezzi) i seguenti poligoni convessi:
quadrato, parallelogramma, triangolo, trapezio isoscele

- *Calcola il perimetro di queste figure misurando la lunghezza dei lati*

Figure	Misure dei lati	Perimetro
Quadrato	…….	……..
Parallelogramma	…….	……..
Triangolo	…….	……..
Trapezio isoscele	…….	……..

- *Qual è la figura che ha il perimetro massimo?……*
- *Qual è quella che ha il perimetro minimo?……..*
- *Ci sono dei poligoni che hanno uguale perimetro? SI NO*
- *Se sì, quali sono?……*

…….

http://www.scuolaelmas.it