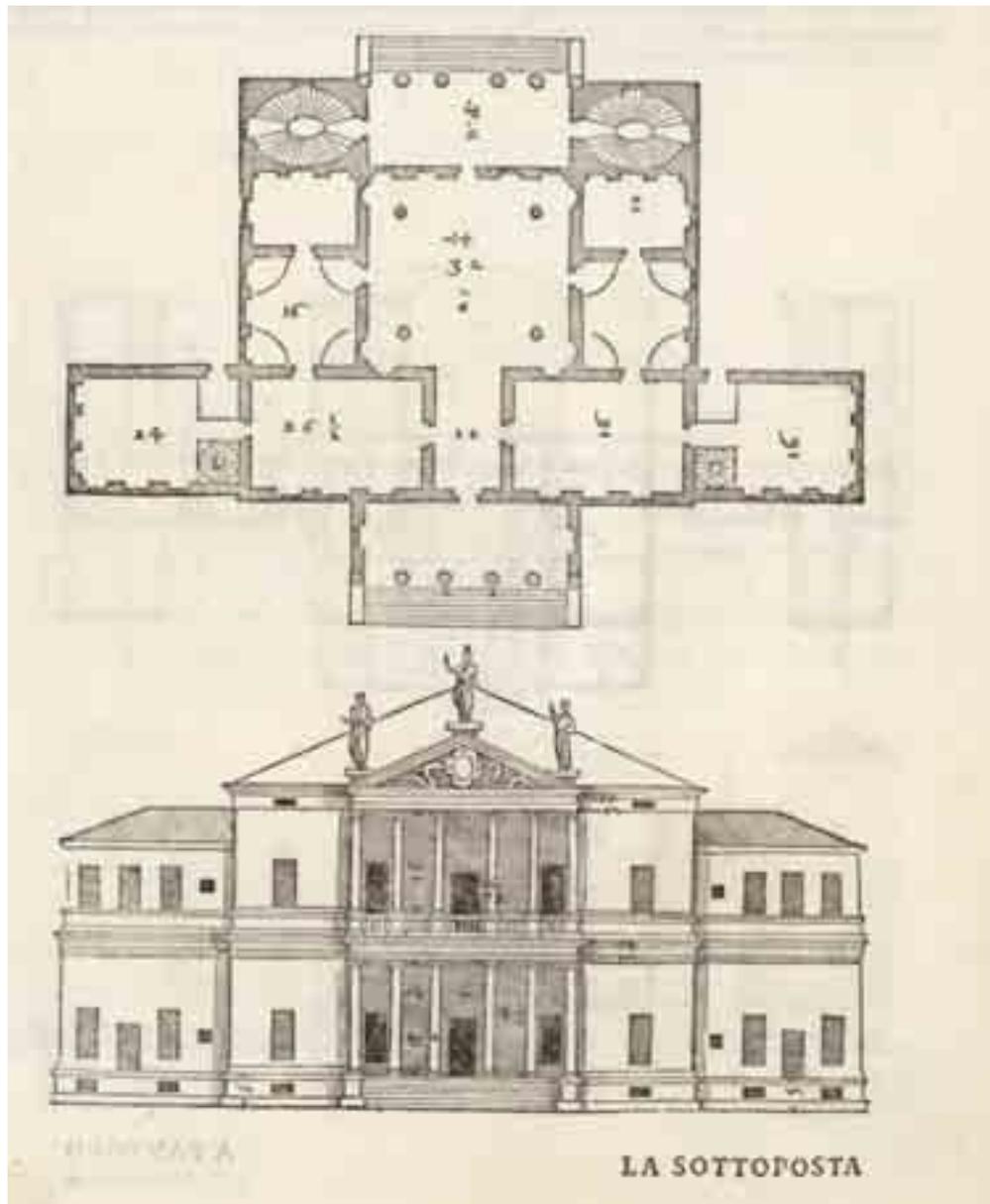
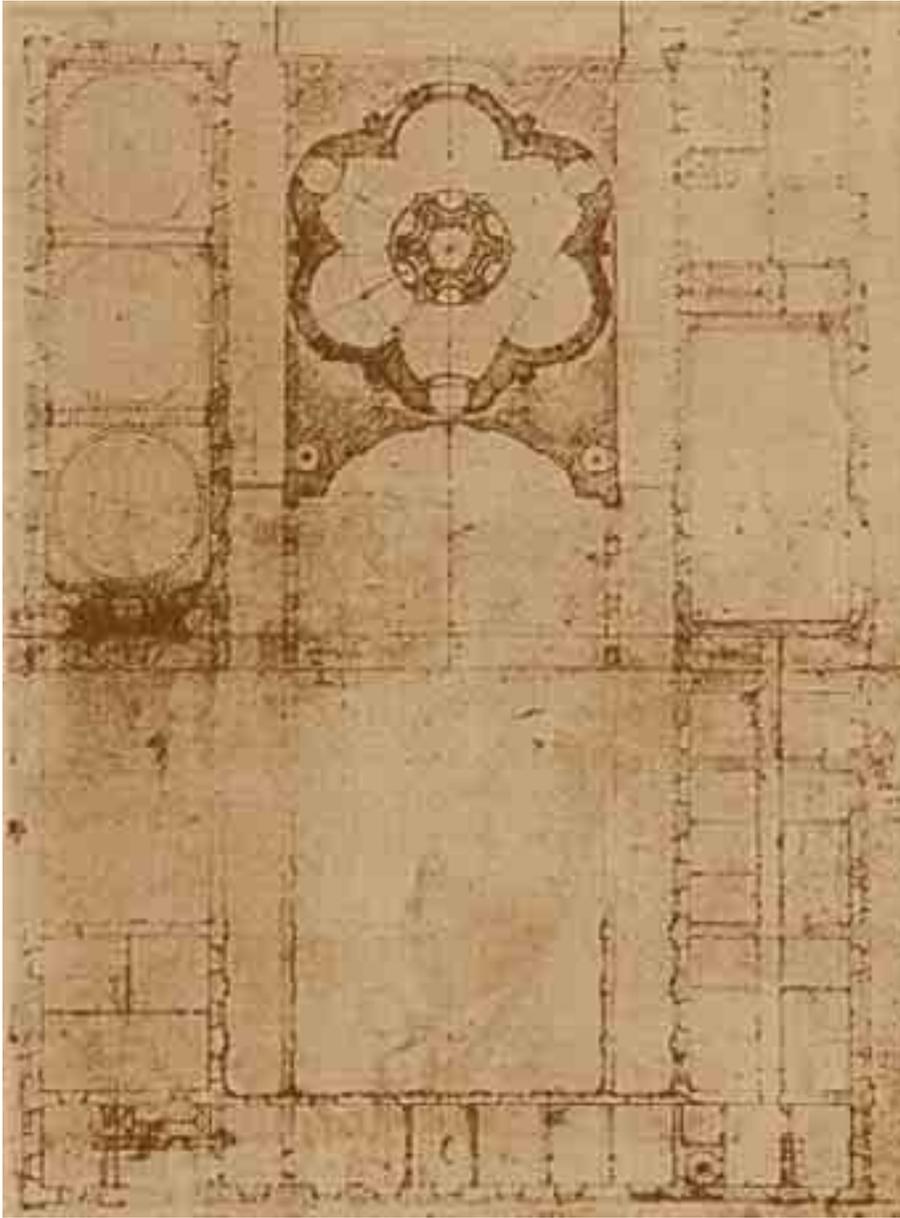

**Rappresentazione e superfici virtuali.
Le relazioni tra disegno e progetto nel XXI secolo.**

Francesco Borgogni



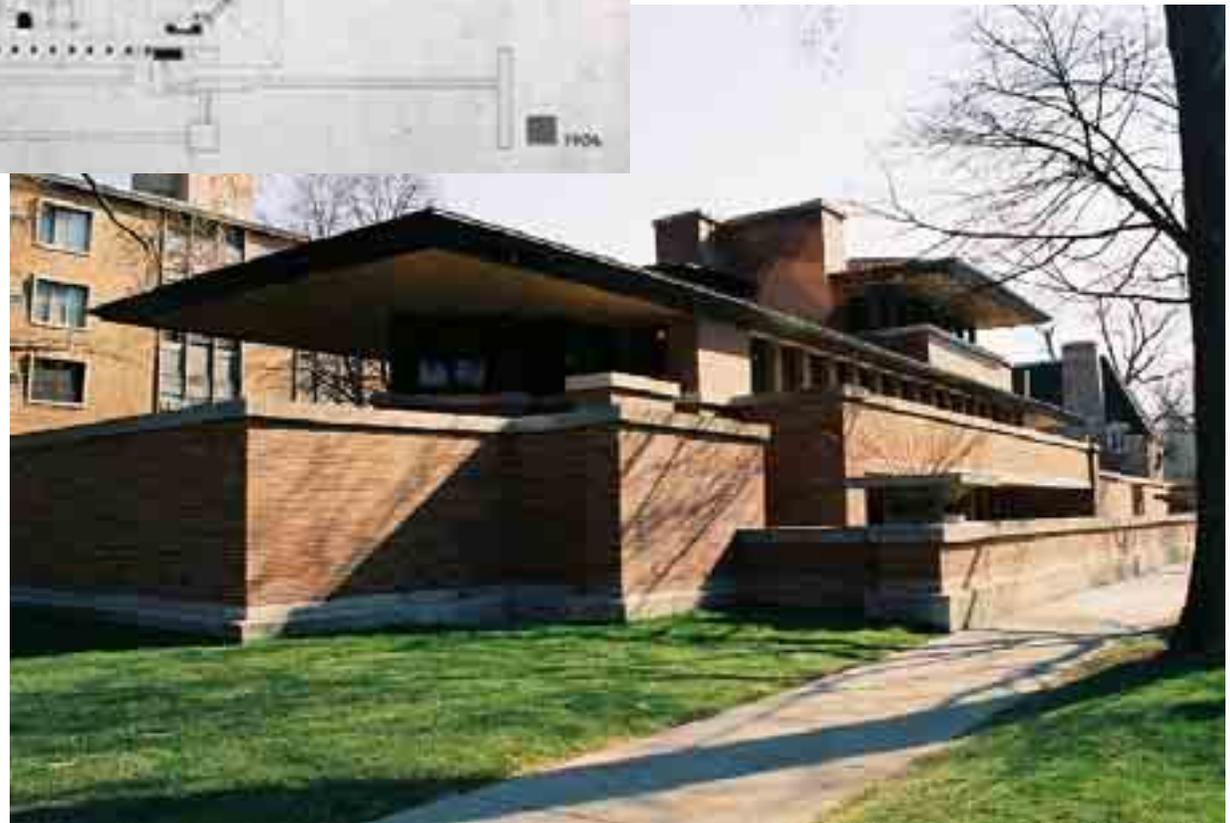
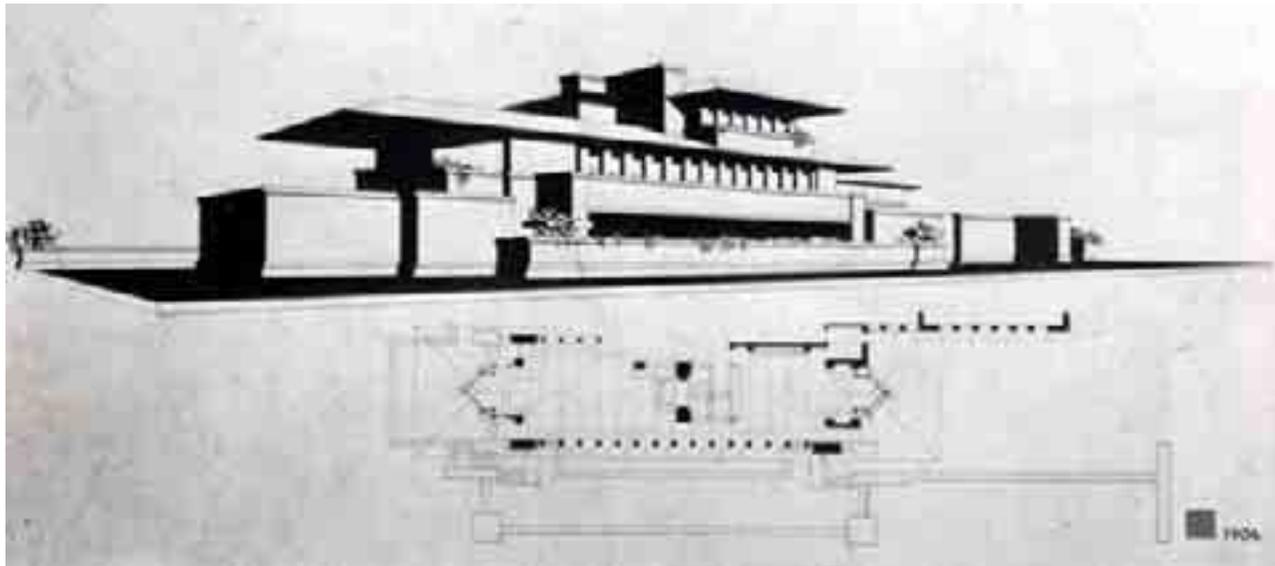
Andrea Palladio: Villa Cornaro a Piombino Dese da I quattro libri dell'Architettura ed opera realizzata



Francesco Borromini: S. Ivo alla Sapienza, disegni originali ed opera realizzata



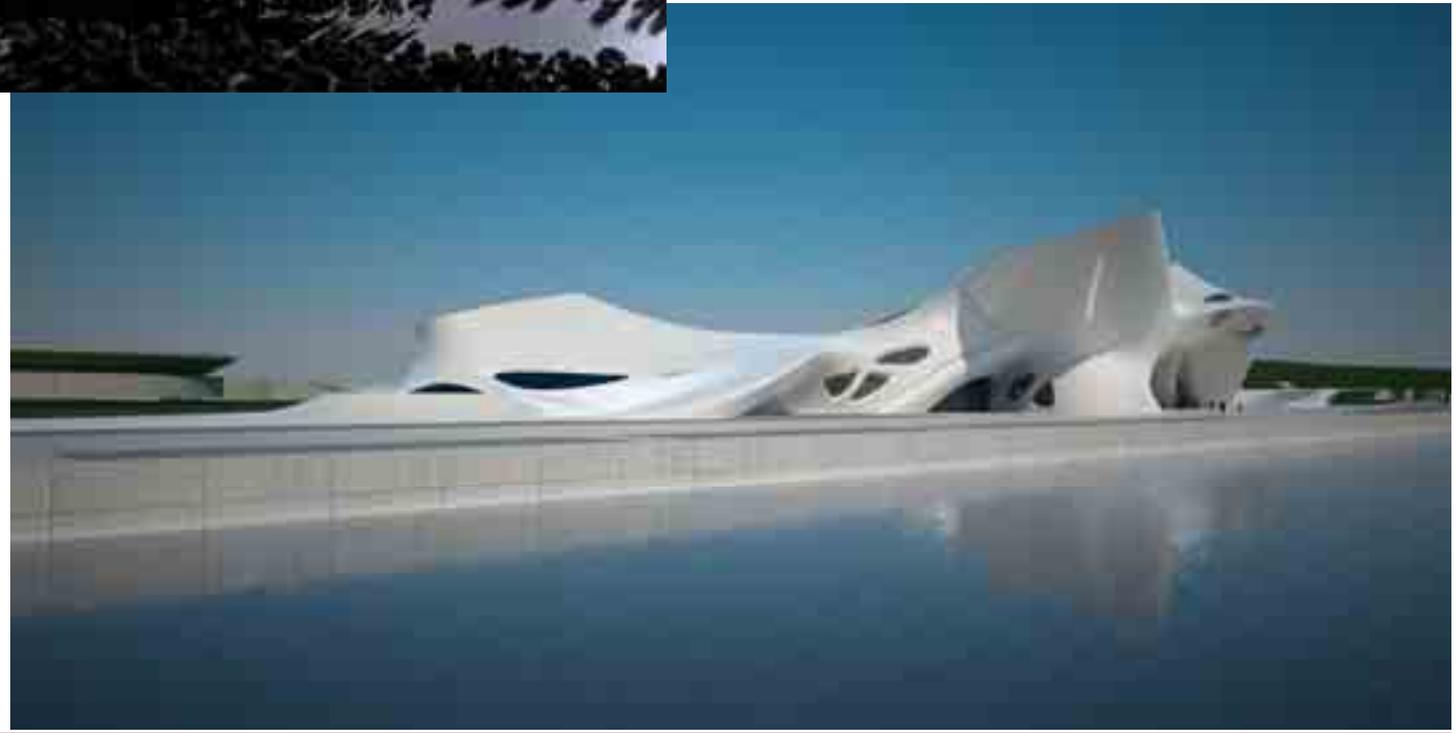
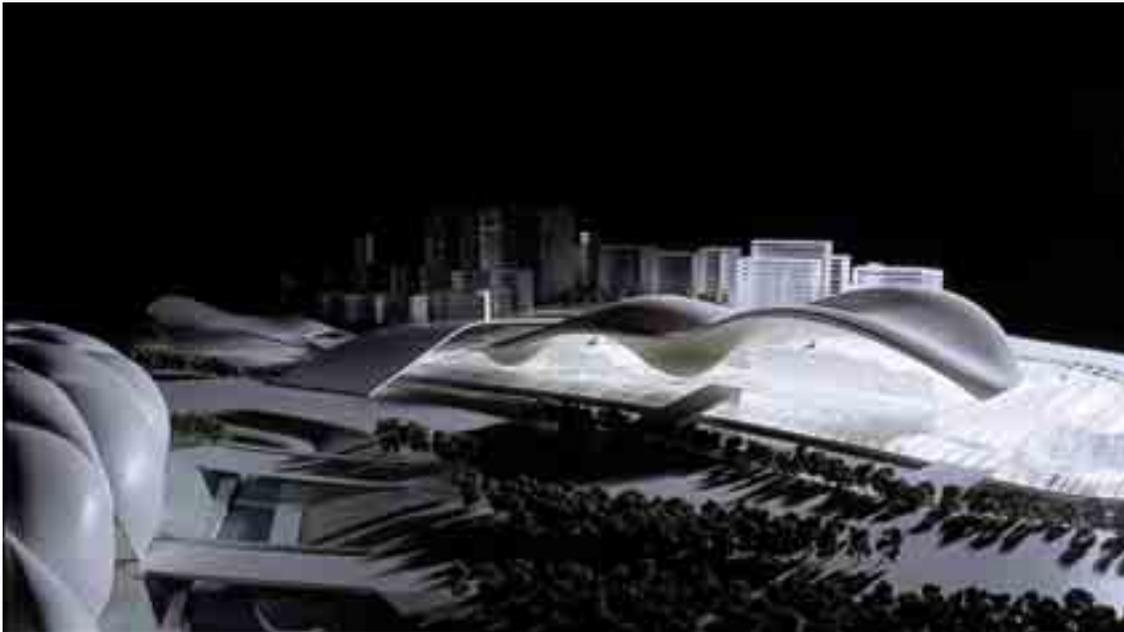
Michelangelo: modello ligneo della cupola di S.Pietro



Frank Lloyd Wright : Robie house, disegni originali ed opera realizzata Frank Lloyd Wright



Frank Owen Gehry : Walt Disney Concert Hall , plastico ed opera realizzata



Zaha Hadid : Aquatic Centre, Londra. Museo d'arte Nuragica e Contemporanea, Cagliari.

“Architettura non-standard”

Continuità

Mobilità

Dinamismo



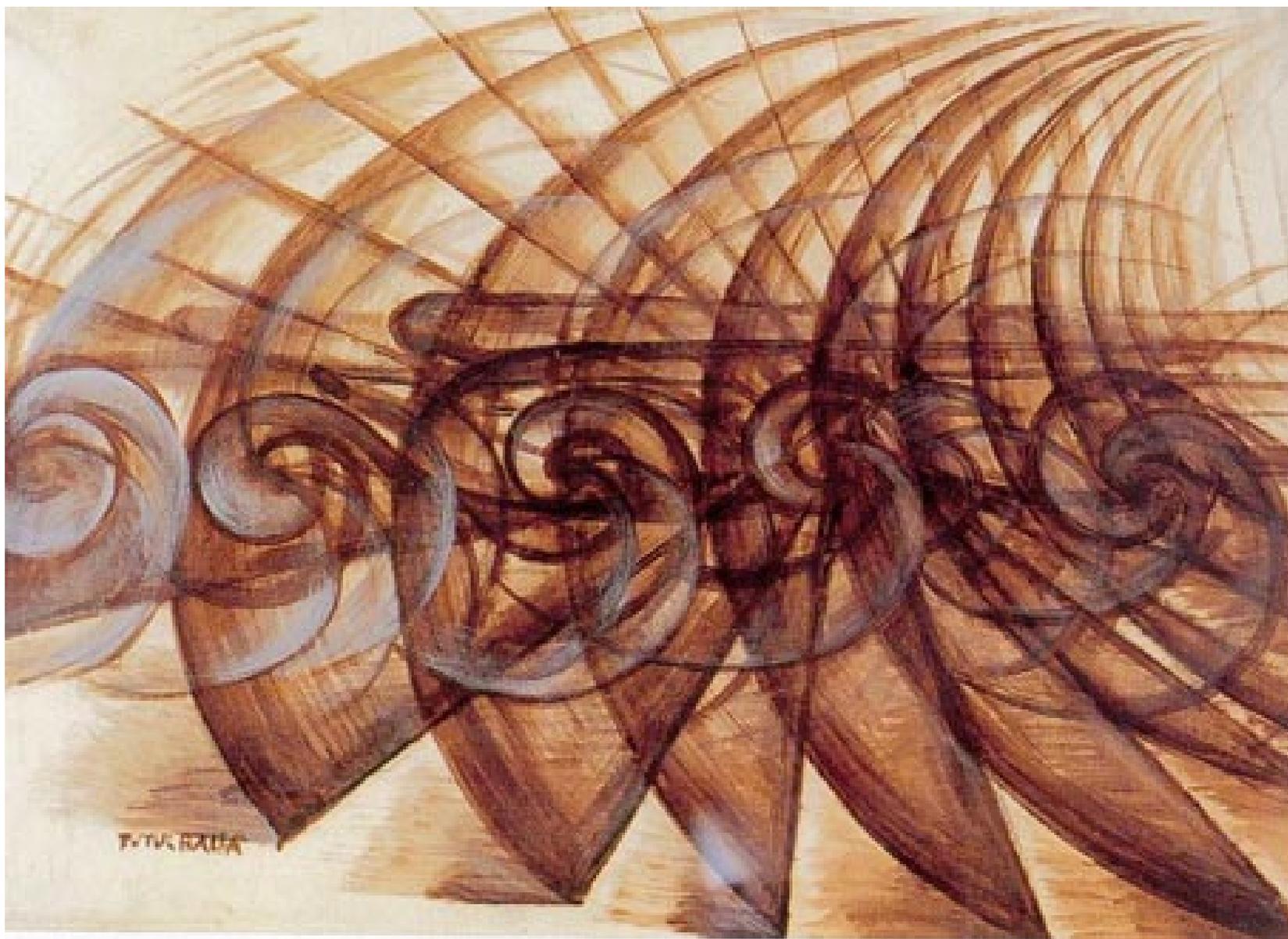
M.Duchamp, Nudo che scende le scale, 1912.



U.Boccioni, Forme uniche nella continuità nello spazio, 1913.



Giacomo Balla, dinamismo di un cane al guinzaglio, 1912.



Giacomo Balla, velocità di motocicletta, 1913.

.

“Topologia”

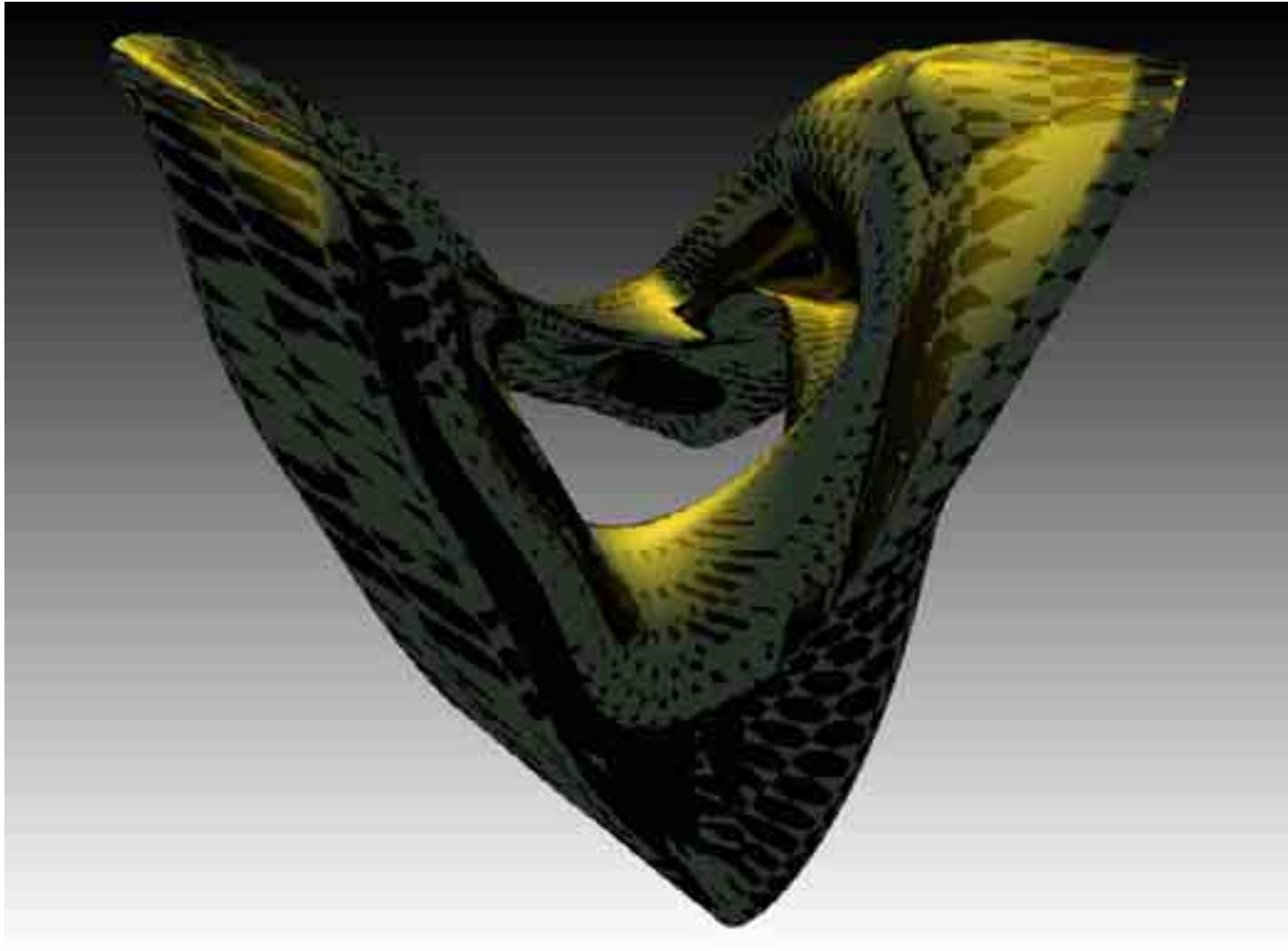
Cenni storici

Superfici Topologiche

Curve e Superfici

Topologia, dal greco (τοπος luogo e λογος studio) “*studio dei luoghi*”, una delle più importanti branche della matematica moderna.

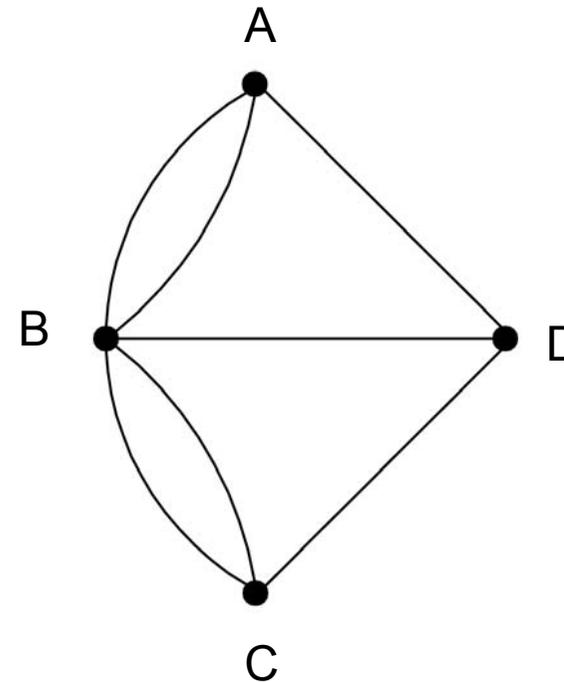
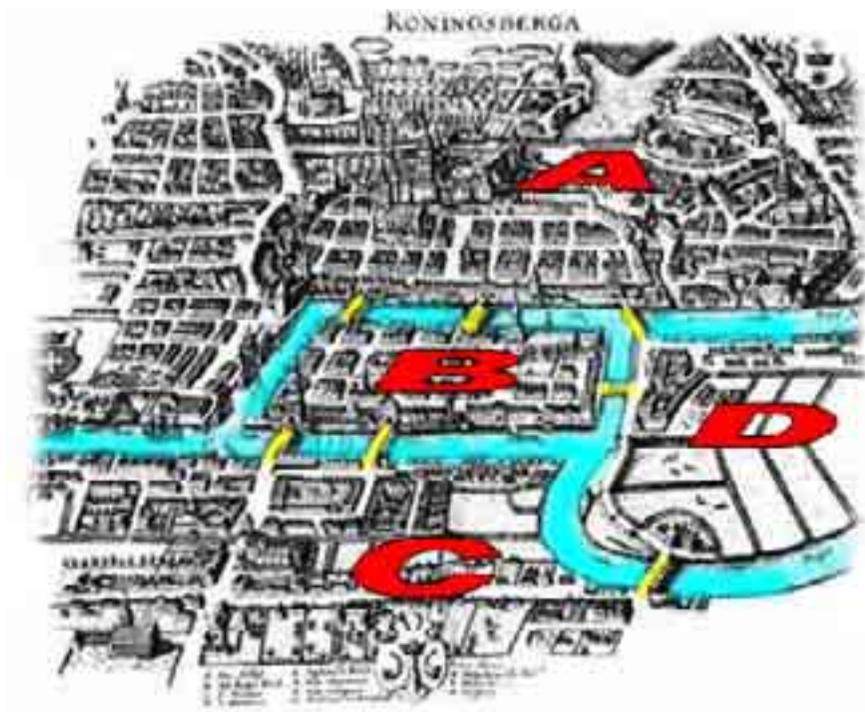
Alla base vi è la convinzione che l'unico concetto di equivalenza fra le figure è la **continuità**, così un oggetto topologico può deformarsi a piacimento, cambiare forma e dimensione, purché non lo si strappi o lo si tagli, senza alterare la sua natura; un quadrato è uguale a una calotta, un cubo è uguale ad una sfera.



Marcos Novak – torusWarp.

I primi studi a riguardo risalgono al 1736 quando fu pubblicato l'articolo di Eulero su i "Sette ponti di Königsberg", visto come uno dei primi risultati che non dipendono da nessun tipo di misura, vale a dire uno dei primi risultati topologici.

“ La città di Königsberg, (ora Kaliningrad) è percorsa dal fiume Pregel e da suoi affluenti. Presenta due estese isole che sono connesse tra di loro e con le due aree principali della città da sette ponti. La questione è se sia possibile con una passeggiata seguire un percorso che attraversa ogni ponte una e una volta sola e tornare al punto di partenza”.



Eulero rappresentò la disposizione dei sette ponti congiungendo con altrettante linee le quattro grandi zone della città. Dai nodi A, C e D partono (e arrivano) tre ponti; dal nodo B, invece, cinque ponti. Questi sono i gradi dei nodi: rispettivamente, 3, 5, 3, 3.

Eulero – il problema dei “Sette ponti di Königsberg”.

Prima di raggiungere ad una conclusione, Eulero ha ipotizzato delle situazioni diverse fino ad arrivare alla **teoria dei grafi**, che si sarebbe poi evoluta dando origine alla topologia arrivando alla conclusione che:

“Un qualsiasi grafo è percorribile se e solo se ha tutti i nodi di grado pari, o due di essi sono di grado dispari; per percorrere un grafo "possibile" con due nodi di grado dispari, è necessario partire da uno di essi, e si terminerà sull'altro nodo dispari.”

Pertanto è impossibile percorrere Königsberg come richiesto dalla tesi, poiché tutti i nodi sono di grado dispari.

Superfici Topologiche

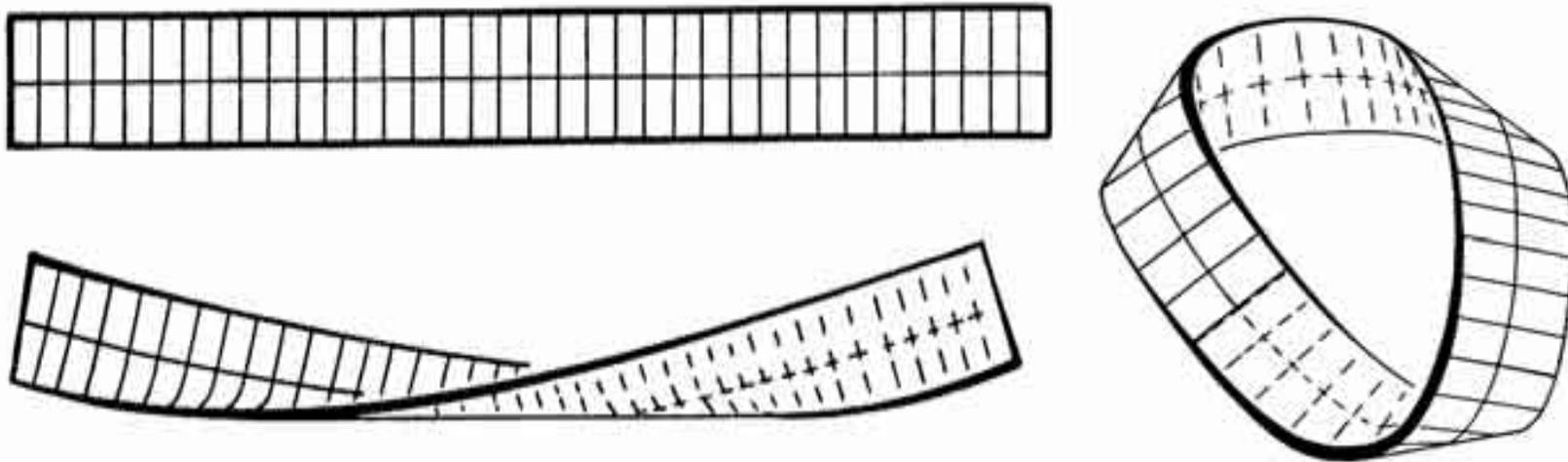
La topologia ha come oggetto lo studio delle proprietà delle figure geometriche che persistono anche quando le figure sono sottoposte a deformazioni così profonde da perdere tutte le loro proprietà metrico-proiettive. La ciambella A che si deforma in una tazzina A'



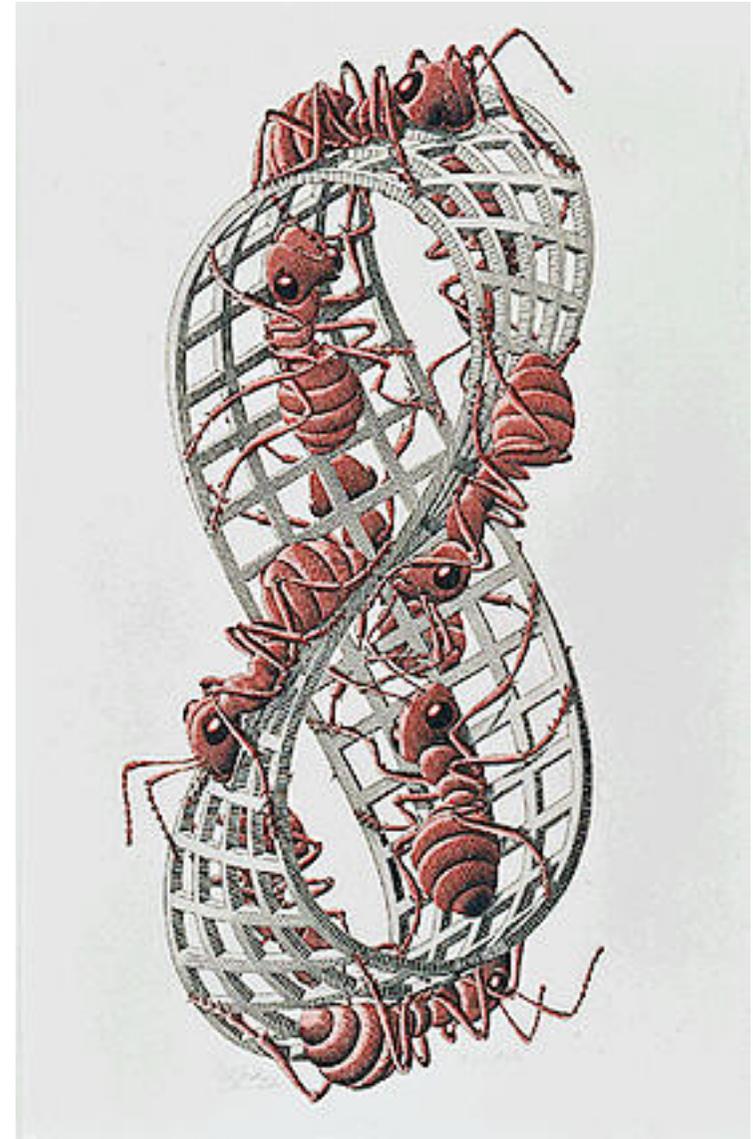
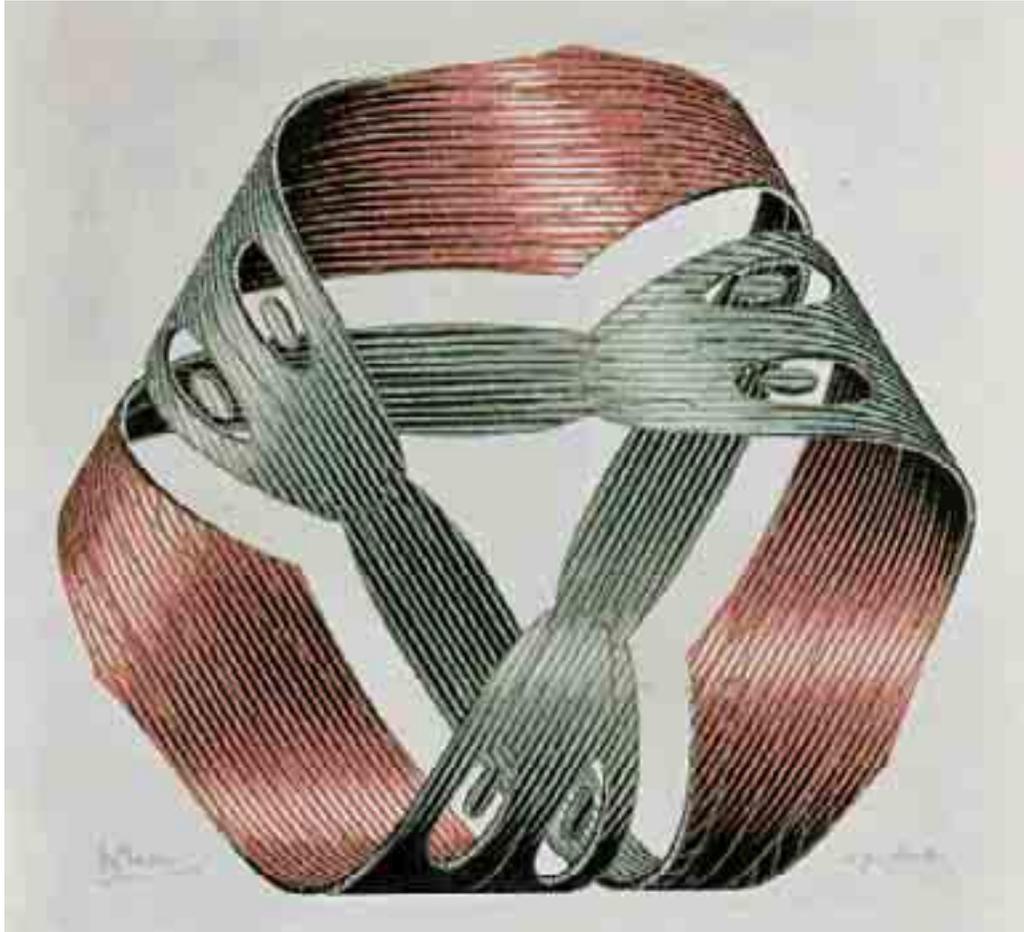
Si può parlare di proprietà topologica di A in quanto vi è "una corrispondenza $p - p'$ tra i punti p di A e i punti p' di A' , che gode delle seguenti due proprietà: 1) la corrispondenza è biunivoca. Questo significa che ad ogni punto p di A corrisponde uno ed un solo punto p' di A' , e viceversa. 2) La corrispondenza è continua nei due versi. Questo significa che se si prendono due punti p e q di A e si fa muovere p in modo che la sua distanza da q tenda a zero, la distanza fra i punti corrispondenti p' e q' di A' tende anche a zero, e viceversa".

Superfici Topologiche

- Il nastro di Möbius 1858



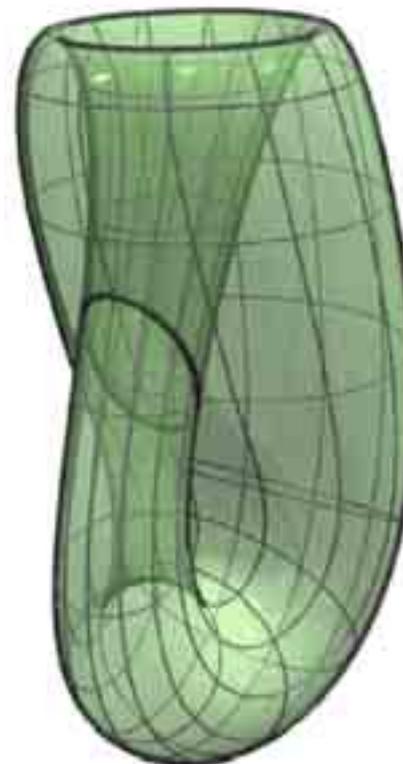
Questo è stato il primo esempio concreto di superficie topologica, la proprietà di questa superficie è che la si può percorrere interamente per tutta la sua estensione fino a tornare al punto di partenza passando su entrambi i lati del nastro senza aver mai oltrepassato il bordo.



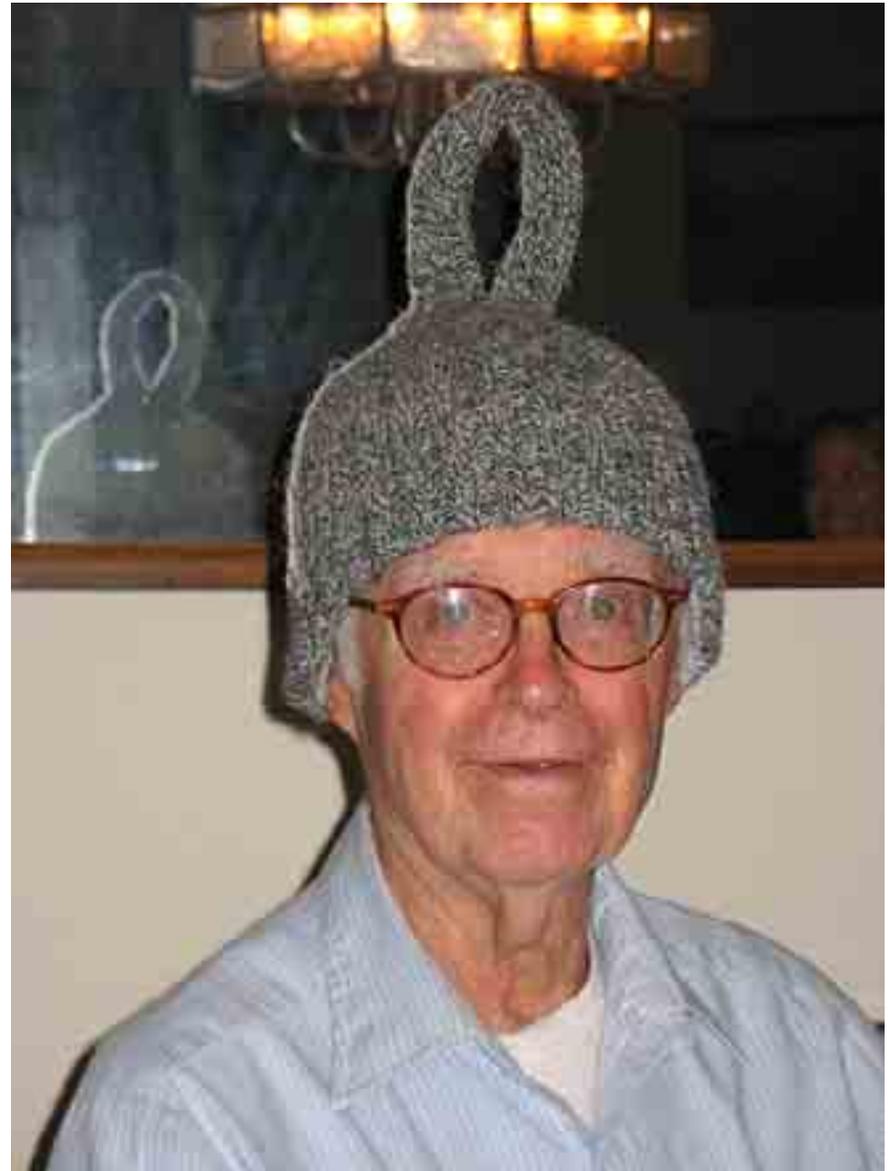
Escher – a sinistra “Striscia di mobius 1”, 1961. A destra “Striscia di mobius 2”, 1963.

Superfici Topologiche

- bottiglia di Klein 1882



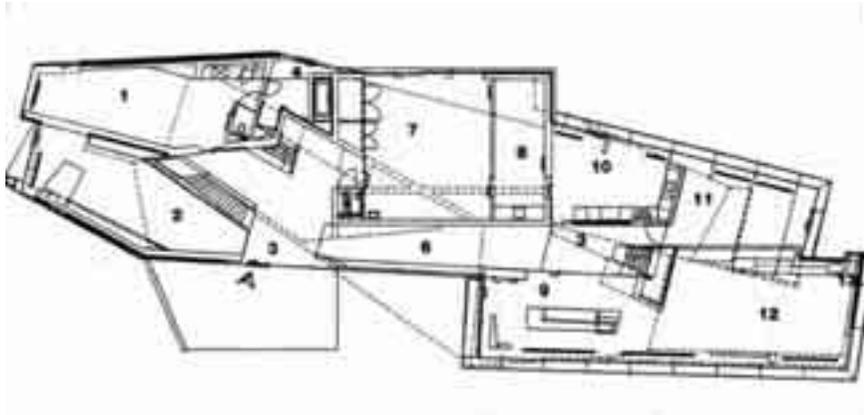
teorizzata e realizzata, dal matematico tedesco Felix Klein, un altro illustre esempio di superficie topologica, la “**bottiglia di Klein**”, in matematica definita come una superficie non-orientabile di genere 2, cioè una superficie per la quale non c'è distinzione fra "interno" ed "esterno". Si immagini una bottiglia con un buco sul fondo, si estenda il collo della bottiglia, curvandolo su se stesso, fino ad inserirlo lateralmente all'interno di questa fino a collegarlo al buco che si trovava sul fondo.



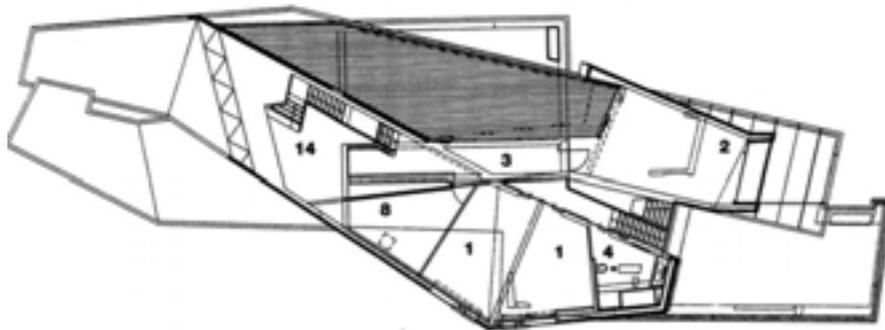
Bottiglia di Klein – varie applicazioni

Superfici Topologiche in Architettura

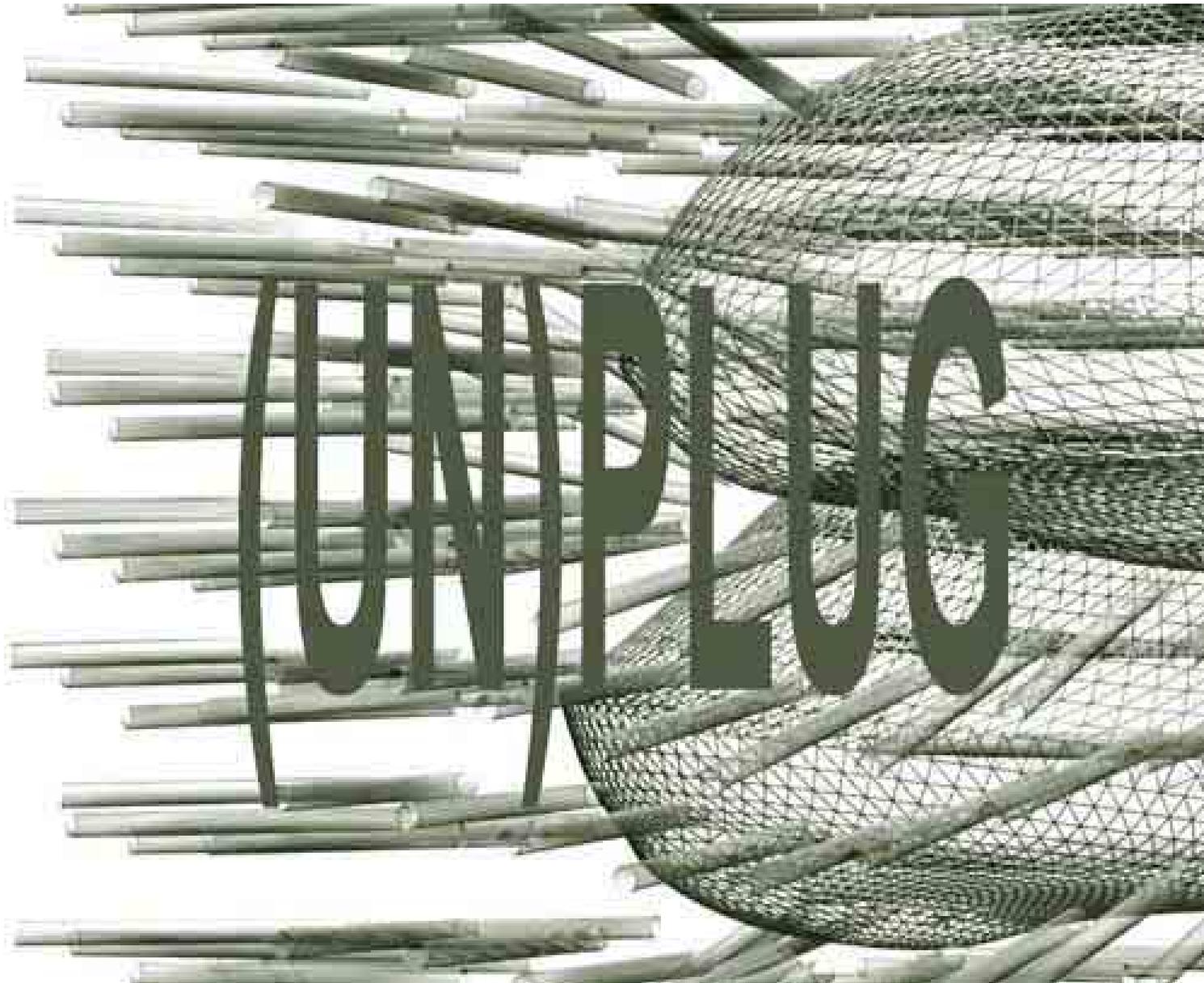
L'Architettura non-standard pone grande attenzione nei confronti delle nuove geometrie topologiche. Caratterizzate queste dalla peculiarità di poter scolpire lo spazio attraverso la modellazione generativa e cinematica. Le possibilità di esplorare molteplici varianti di una stessa forma diventa elemento fondamentale di una progettazione che intende studiare il comportamento della superficie sottoposta a deformazione e registrarne le modificazioni spazio-temporali continue. In effetti le possibilità di continua modifica, sostanzialmente in tempo reale, permettono al progettista una continua analisi della propria idea progettuale che trova la sua rappresentazione su un monitor.



Ground floor and first floor: 1. bedroom, 2. office, 3. entrance, 4. bathroom, 5. toilet, 6. ramp, 7. garage, 8. storage room, 9. meeting room, 10. kitchen, 11. porch, 12. living room, 13. chimney, 14. void.



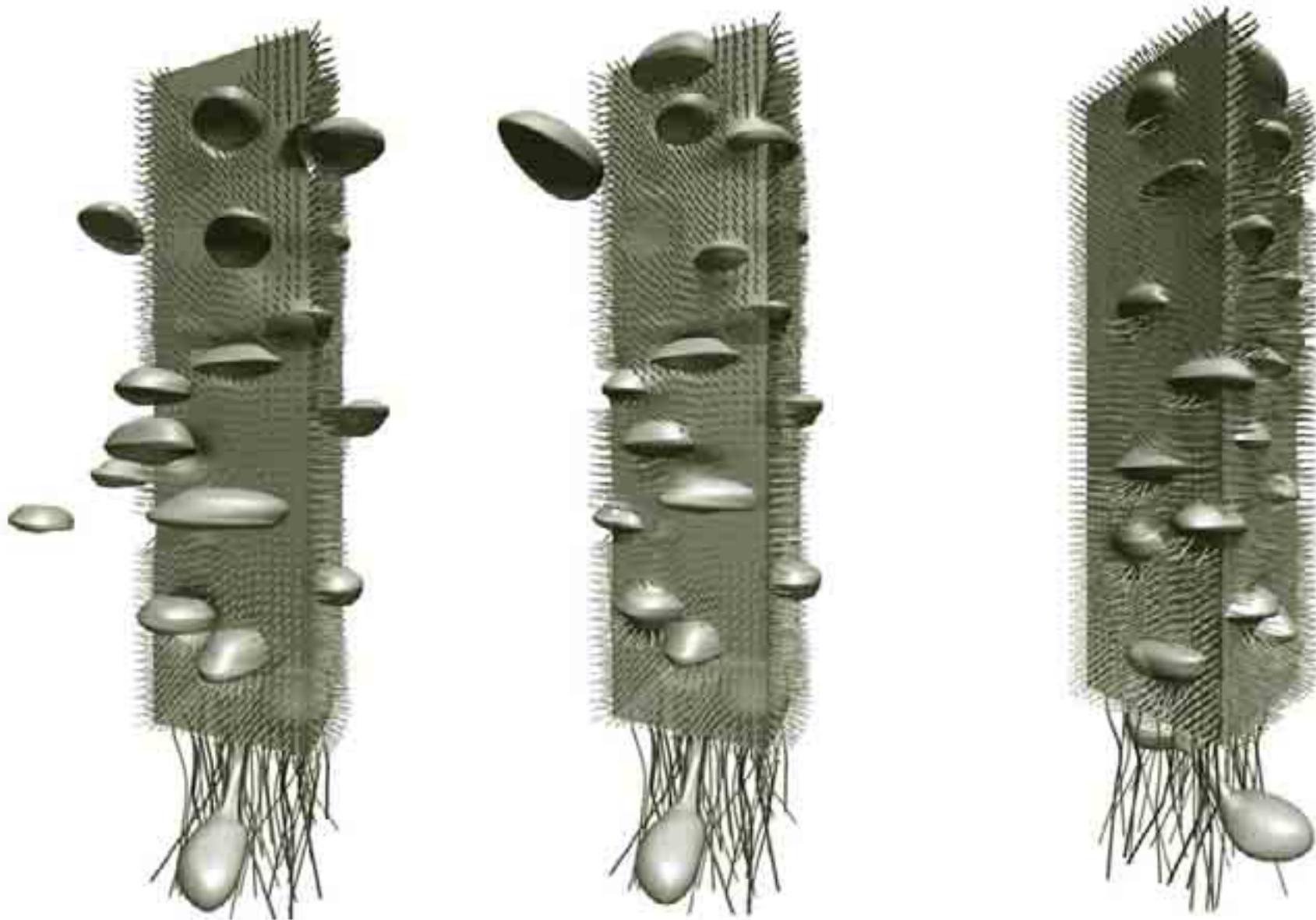
UNStudio – Mobius House, Utrecht, 1998.



(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux.



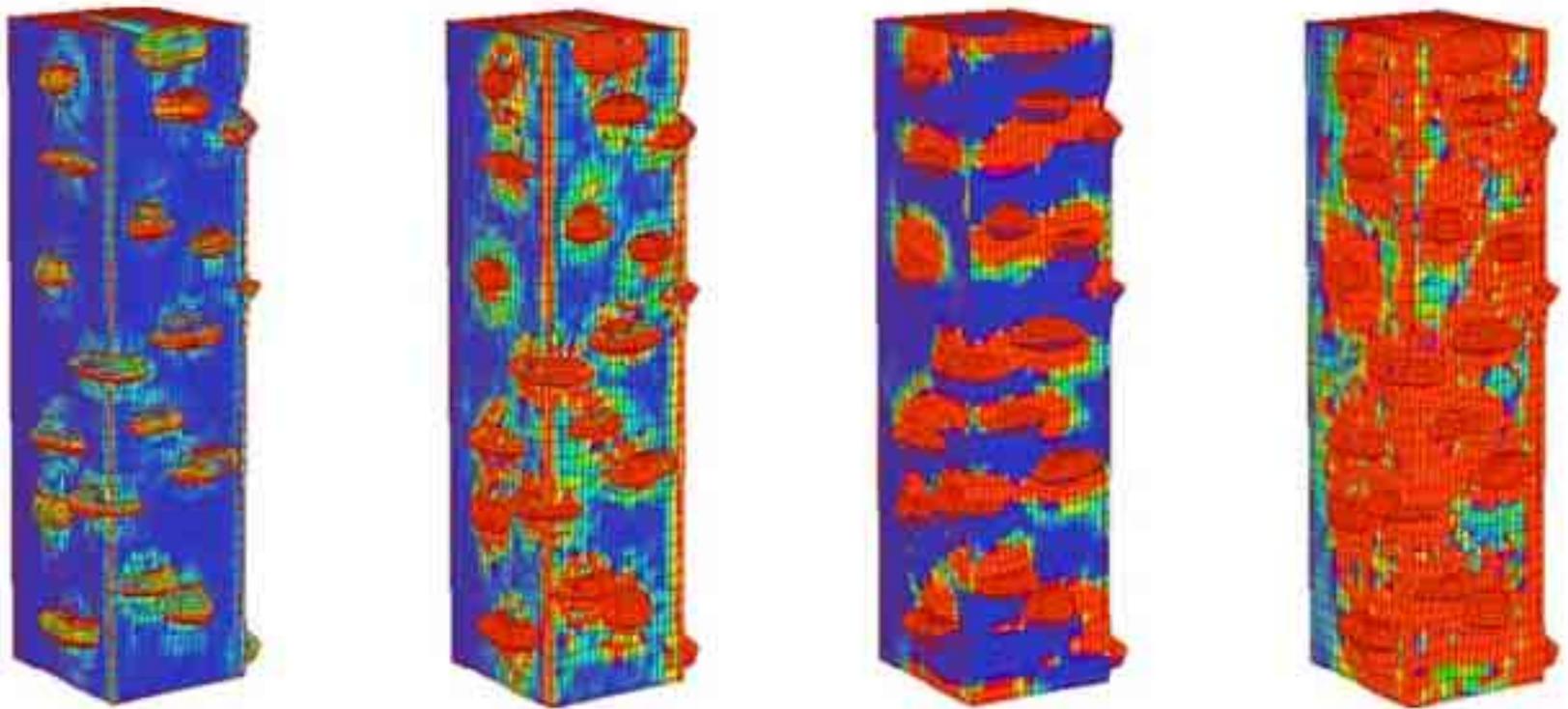
(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux. Concept.



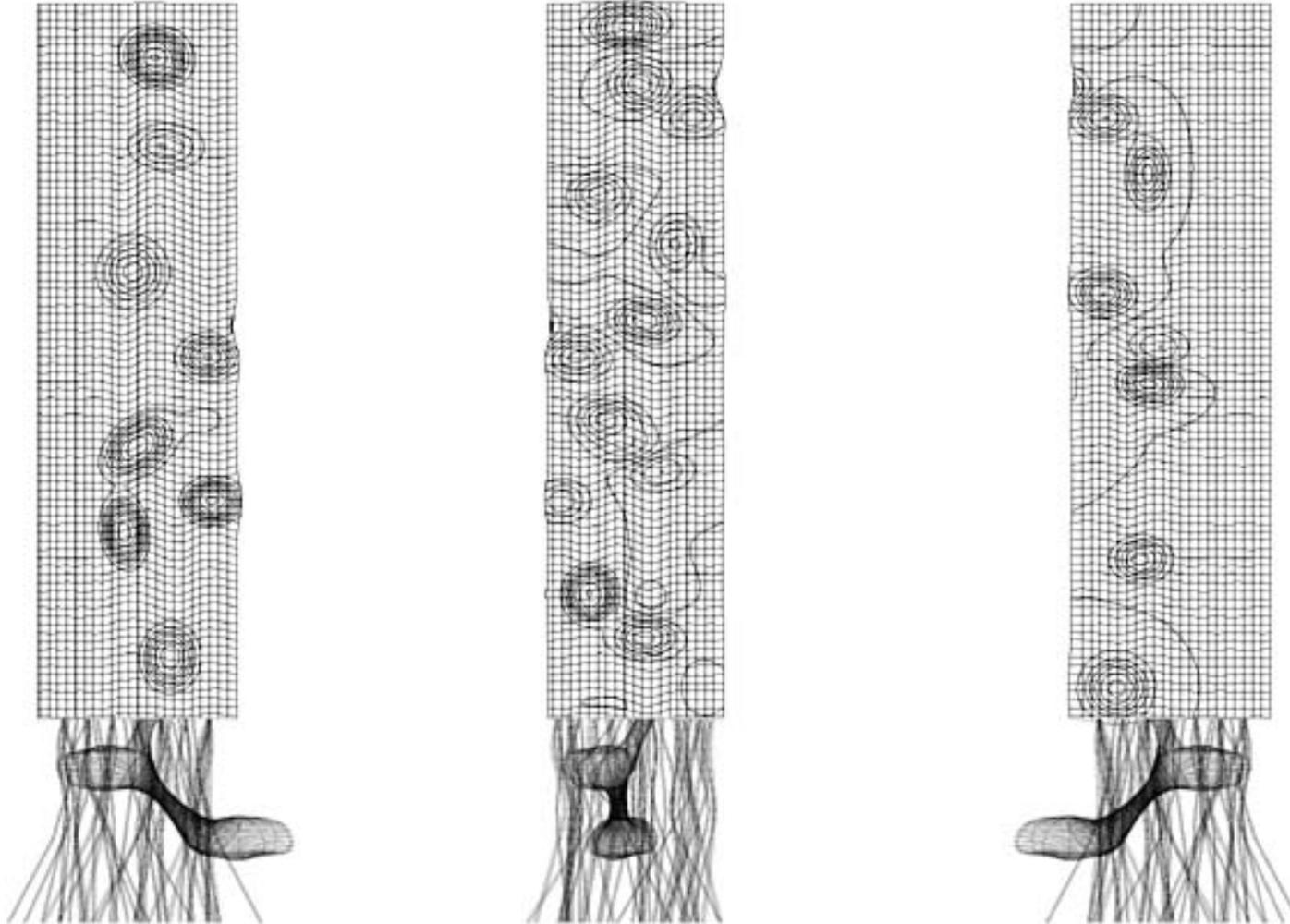
(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux. Concept.



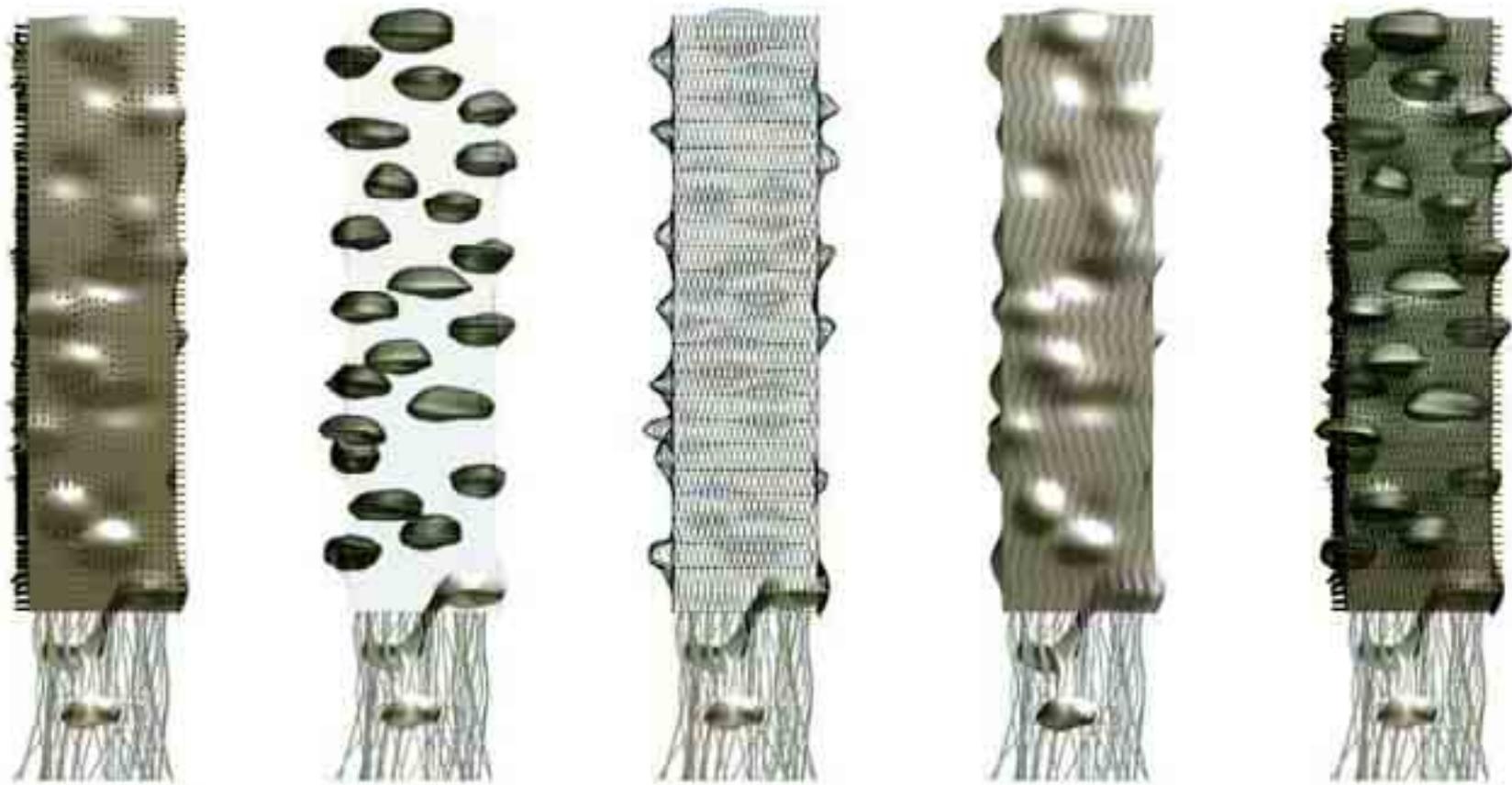
(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux.



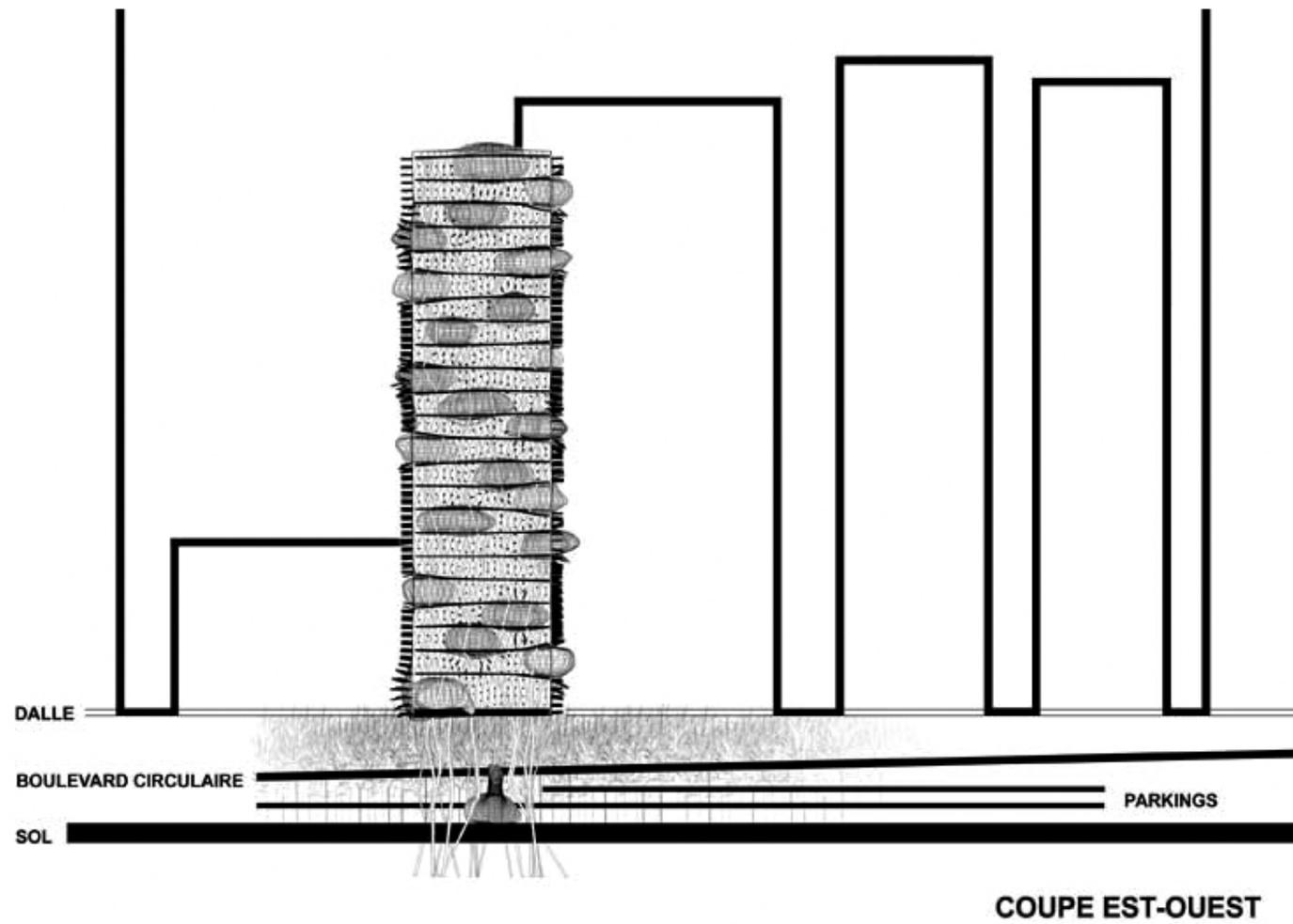
(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux.



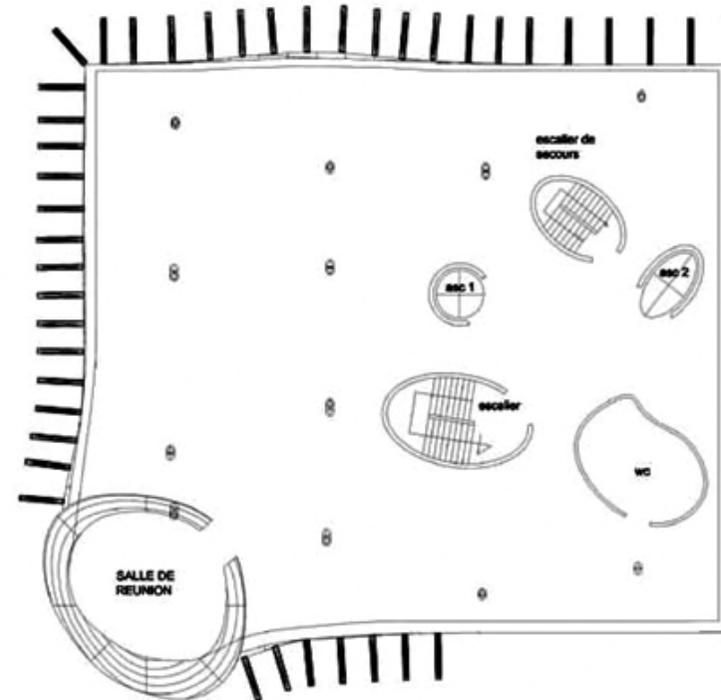
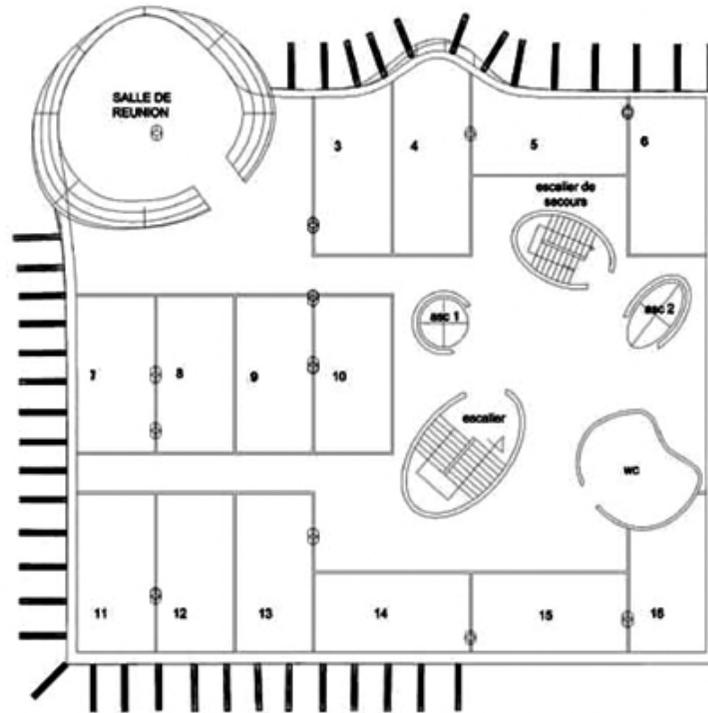
(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux.



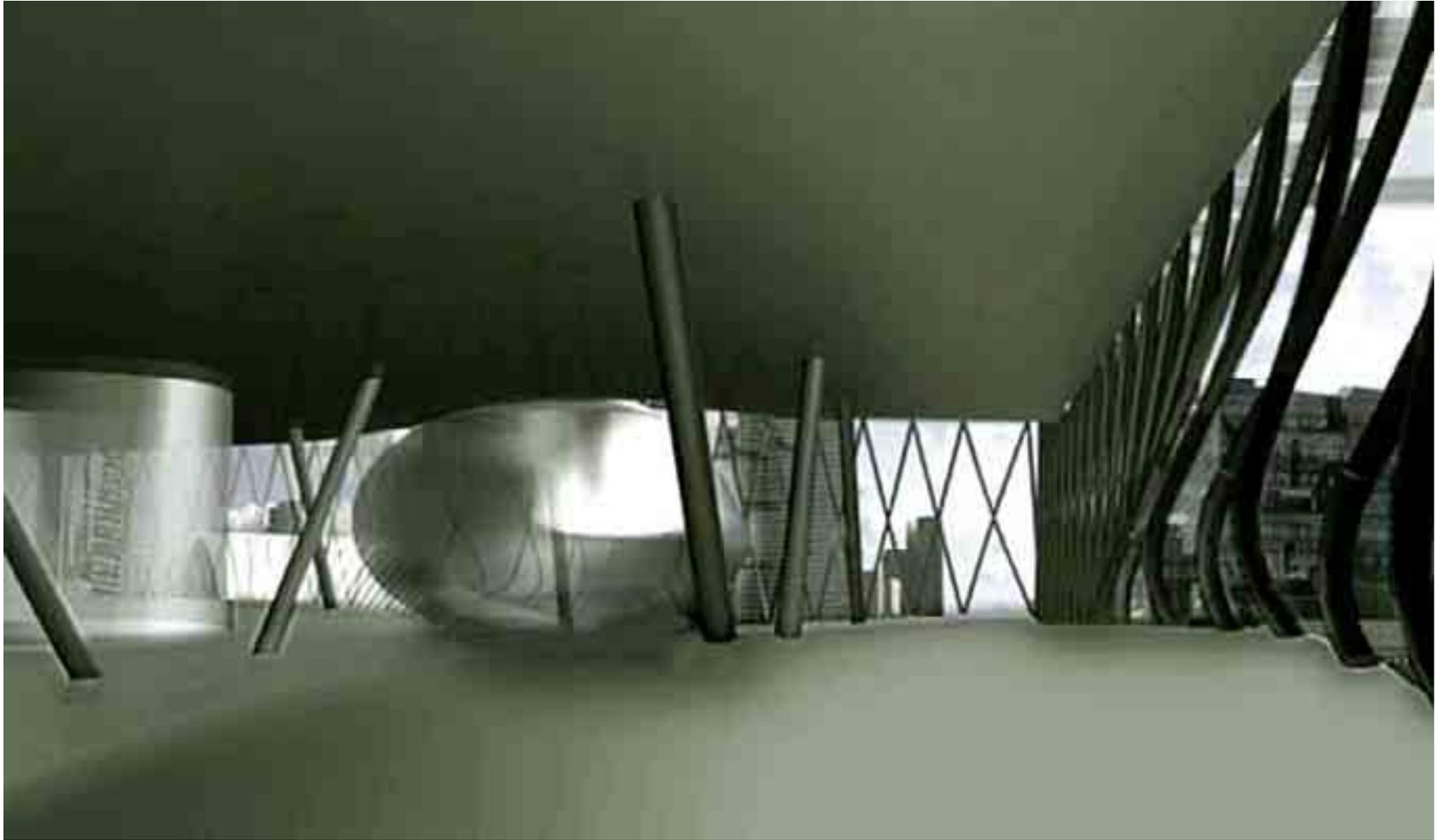
(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux.



(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux. Prospetto.



(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux. Pianta.



(UN)PLUG; François Roche e Stéphanie Lavaux. Vista interna.

Software di modellazione 3D e loro differenze

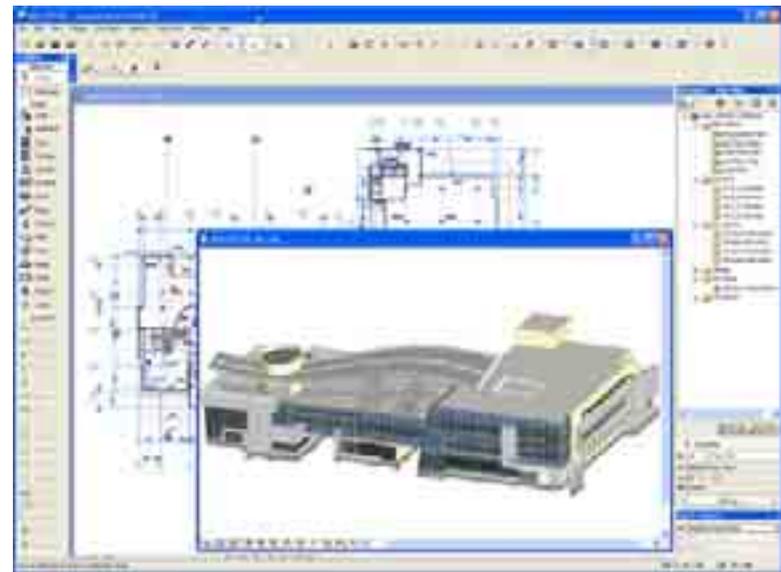
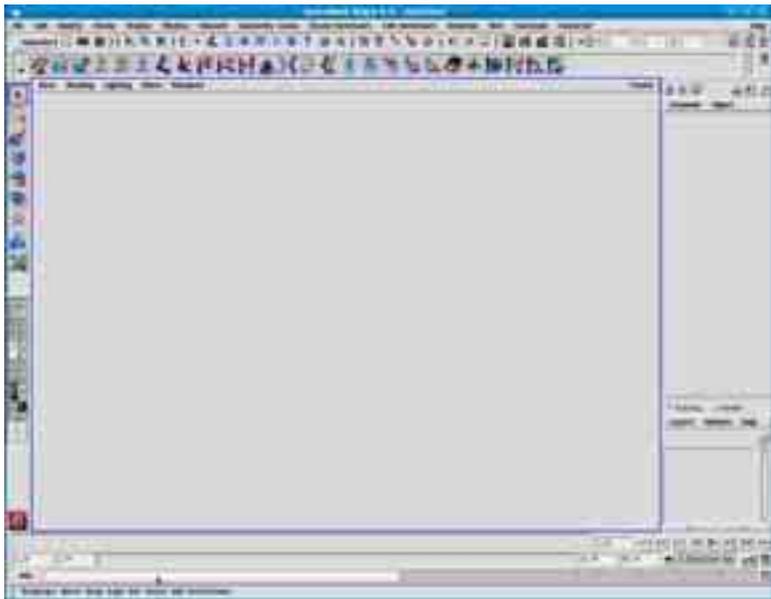
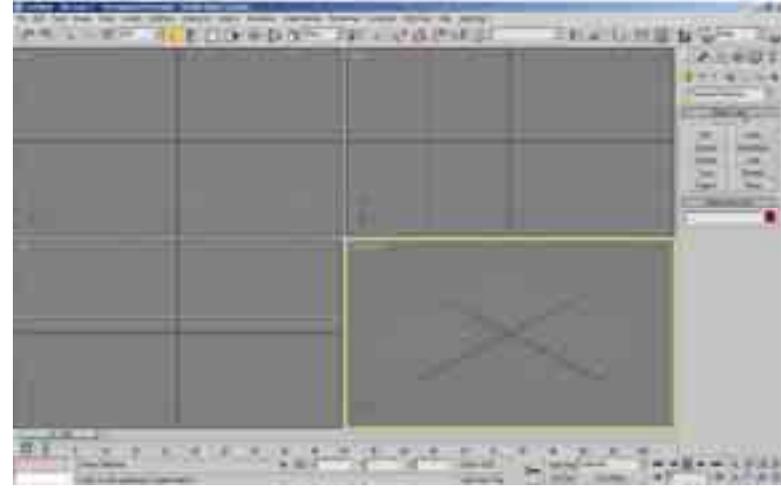
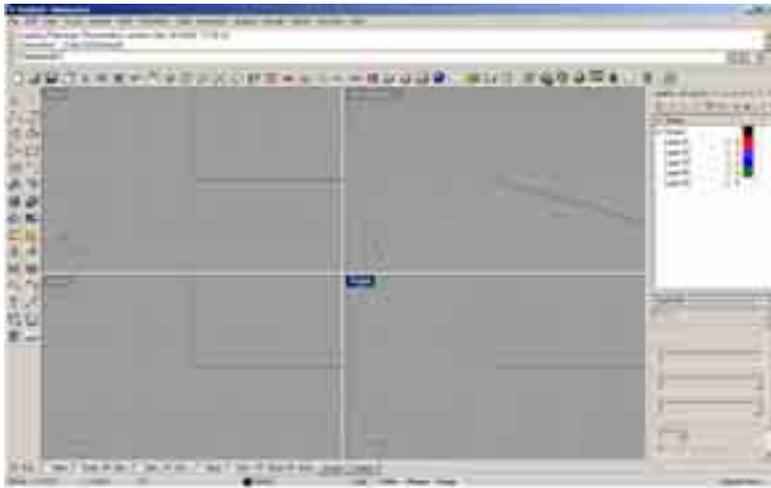
Autocad: software di disegno vettoriale 2D – 3D

Rhino: modellatore 3D NURBS

3ds max: modellatore 3D, animazione, rendering

Maya: modellatore 3D, animazione, rendering, effetti speciali

Archicad: software architettonico parametrico



Interfacce Software.

Le superfici per la modellazione 3D

Sono due le tipologie di superfici che vengono utilizzate dai software di modellazione 3D che si trovano in commercio:

- NURBS

- Mesh

Le superfici NURBS

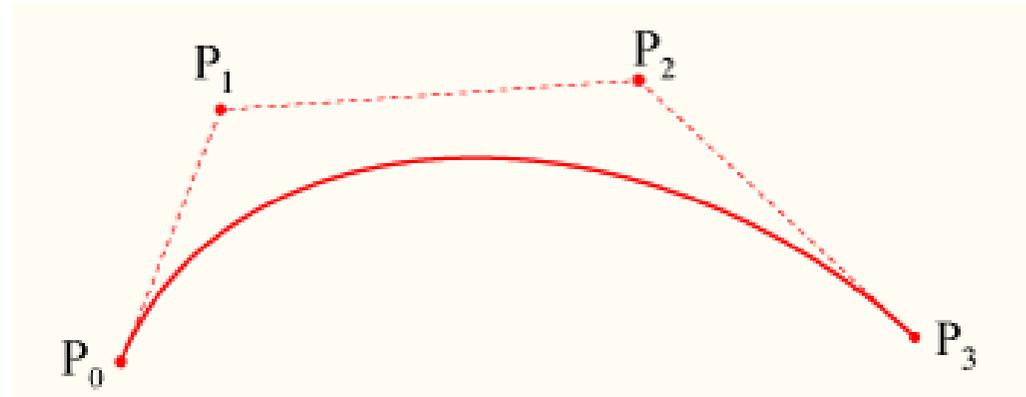
Acronimo di **Non-Uniform Rational B-Splines**, è un comodo metodo algoritmico per la costruzione di curve e superfici free-form. Sono generate a partire da porzioni di curve i cui coefficienti polinomiali dipendono da alcuni punti detti "di controllo".

Il vantaggio di avere delle curve di questo tipo, è dovuto principalmente al fatto che sono invarianti rispetto alle operazioni di trasformazione grafica di questi punti. Questo significa che, se si vogliono generare trasformazioni della curva, è sufficiente applicare trasformazioni ai soli punti di controllo, senza che per questo venga modificata la geometria della curva originale.

L'uso di curve a parametrizzazione non costante è la soluzione ottimale per garantire la creazione di tutte le forme possibili.

Curve di Bezier

La curve di Bézier hanno la possibilità di poter rappresentare differenti tipi di curve. Per disegnare questa curva nel piano, o in uno spazio tridimensionale, abbiamo bisogno di una poligonale composta da quattro punti distinti P_0 , P_1 , P_2 , P_3 .



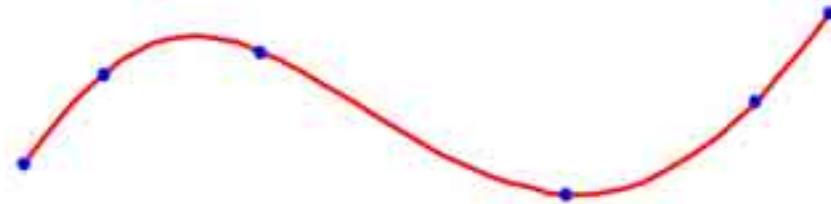
La curva così ha inizio dal punto P_0 , termina in P_3 e viene controllata dagli altri due punti che sono esterni alla curva, ma che comunque sono necessari dato che gli fornisce una direzione.

Curve di Bezier - caratteristiche

- Il segmento che collega i primi due punti, ed il segmento che collega gli ultimi due, sono tangenti alla curva rispettivamente nel punto iniziale e nel punto finale della stessa.
- I punti P0, P1, P2, P3 prendono il nome di punti di controllo, mentre la poligonale che li unisce viene comunemente denominata poligono di controllo.
- Spostando un punto di controllo, vengono modificati tutti i punti della curva avendo così una influenza globale sull'andamento.
- La curva è interamente compresa all'interno della poligonale chiusa definita dai punti di controllo
- Questi tipi di curve non ci permettono di creare qualsiasi forma, ad esempio non è in grado di descrivere una banale circonferenza. Per questo motivo sono state introdotte le *curve di Bézier razionali* che si differenziano dalle precedenti perché hanno la possibilità di dotare dei diversi "pesi" ai punti di controllo, in modo tale da limitare, o aumentare, l'influenza che un dato punto ha sull'intera curva.

Curve Spline

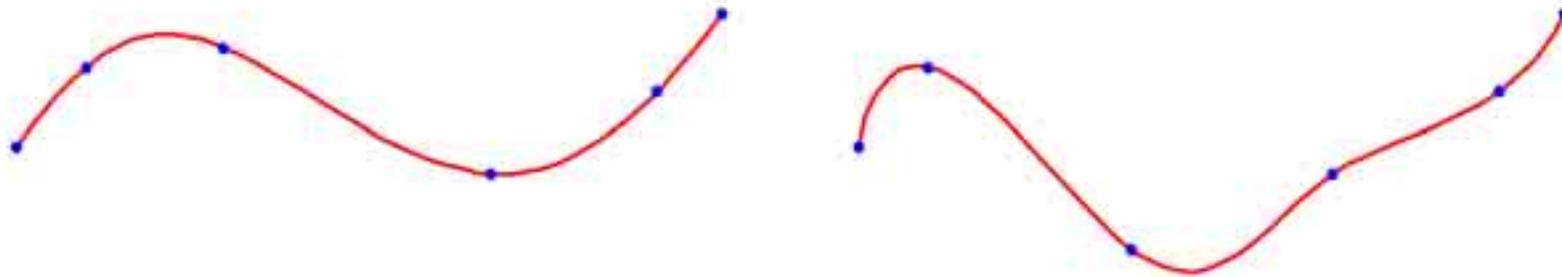
Acronimo di smooth poli-line, è una curva calcolata in modo tale da passare per dei punti prefissati, detti punti di controllo, unendoli senza mai creare cuspidi o intrecci. Una curva Spline è formata da tanti piccoli tratti i quali devono mantenere sempre due condizioni dette di continuità:



- 1) nel punto di unione di due segmenti di curva, deve essere sempre possibile tracciare una linea che sia tangente ad entrambe le curve;
- 2) in questo stesso punto i due segmenti di curva devono avere anche il medesimo raggio di curvatura.

Curve Spline - caratteristiche

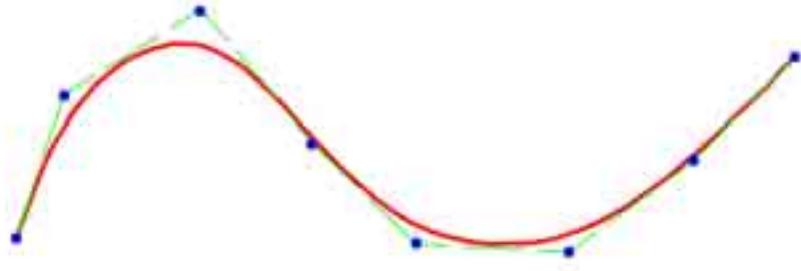
- Sono curve a controllo globale nel senso che modificando la posizione di qualsiasi dei punti di controllo tutta la curva viene modificata nella sua forma.
- La modificazione della curva nel momento in cui viene spostato un punto di controllo è imprevedibile.



- Possono descrivere, contrariamente a quelle di Bézier, curve molto complesse gestite anche da una grande quantità di punti di controllo.

Curve BSpline

Possono essere equiparate ad una serie di curve di Bézier, messe in successione ed unite attraverso dei nodi. Se i nodi sono disposti in modo equidistante tra loro, allora la curva si dice *uniforme*, viceversa, se sono disposti in modo disomogeneo allora vi è la possibilità di creare cuspidi e la curva viene detta *non-uniforme*.



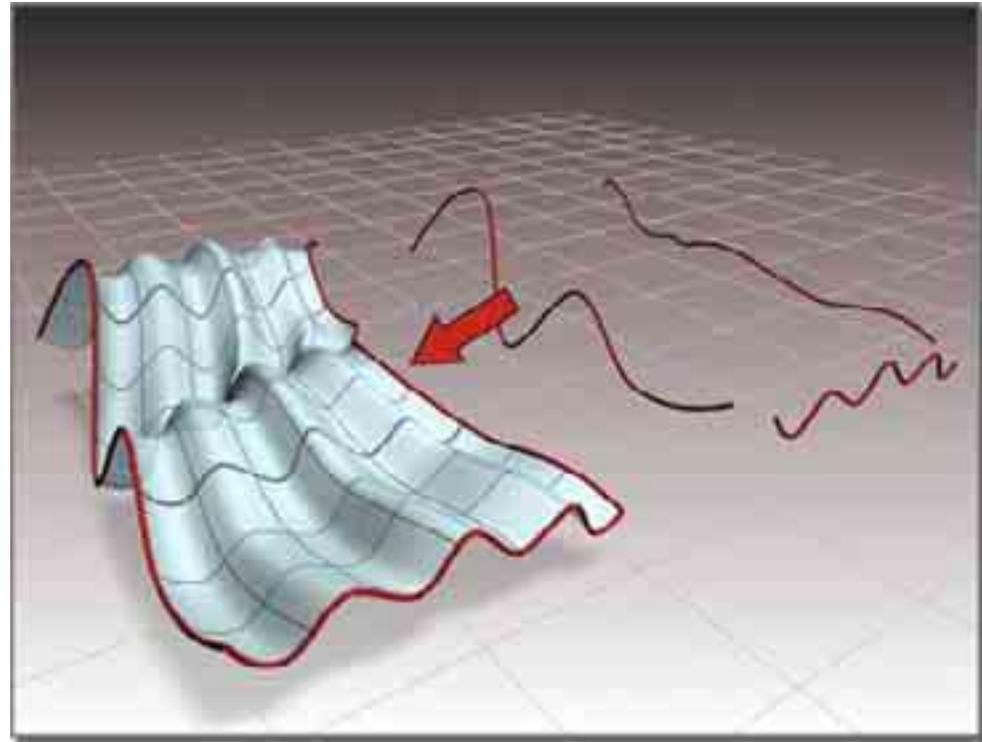
NURBS: NonUniform, Rational, B-Spline

Non-Uniform si riferisce alla parametrizzazione della curva, ovvero sono presenti dei punti di controllo non equidistanti tra loro.

Rational si riferisce all'uso del peso. Questo valore viene attribuito al peso (solitamente positivo)

B-Spline si riferisce a *basis spline*, cioè curve polinomiali che hanno una rappresentazione parametrica, formate da una serie di curve di Bezier.

Sono delle rappresentazioni matematiche della geometria 3D, le quali definiscono accuratamente qualunque forma: da una semplice linea, ad un cerchio, un arco o una curva, fino al più complesso solido o superficie a forma libera 3D.



NURBS: NonUniform, Rational, B-Spline

Queste, che siano superfici o linee, hanno quattro parametri fondamentali che le compongono e le rendono così duttili ed efficaci:

-il grado

-i punti di controllo

-i nodi

- la regola di stima

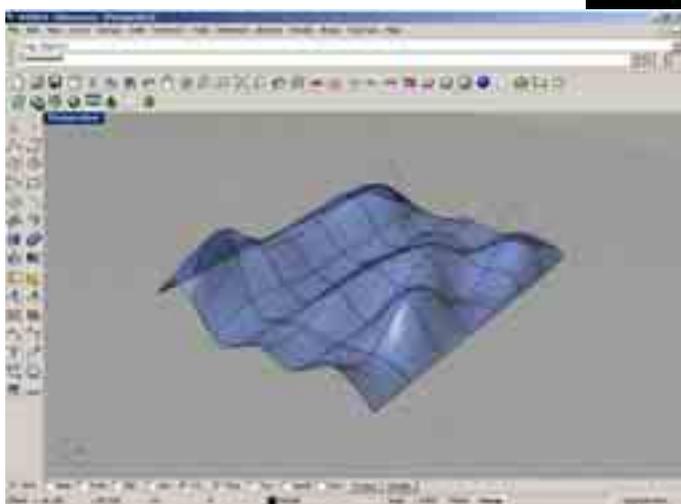
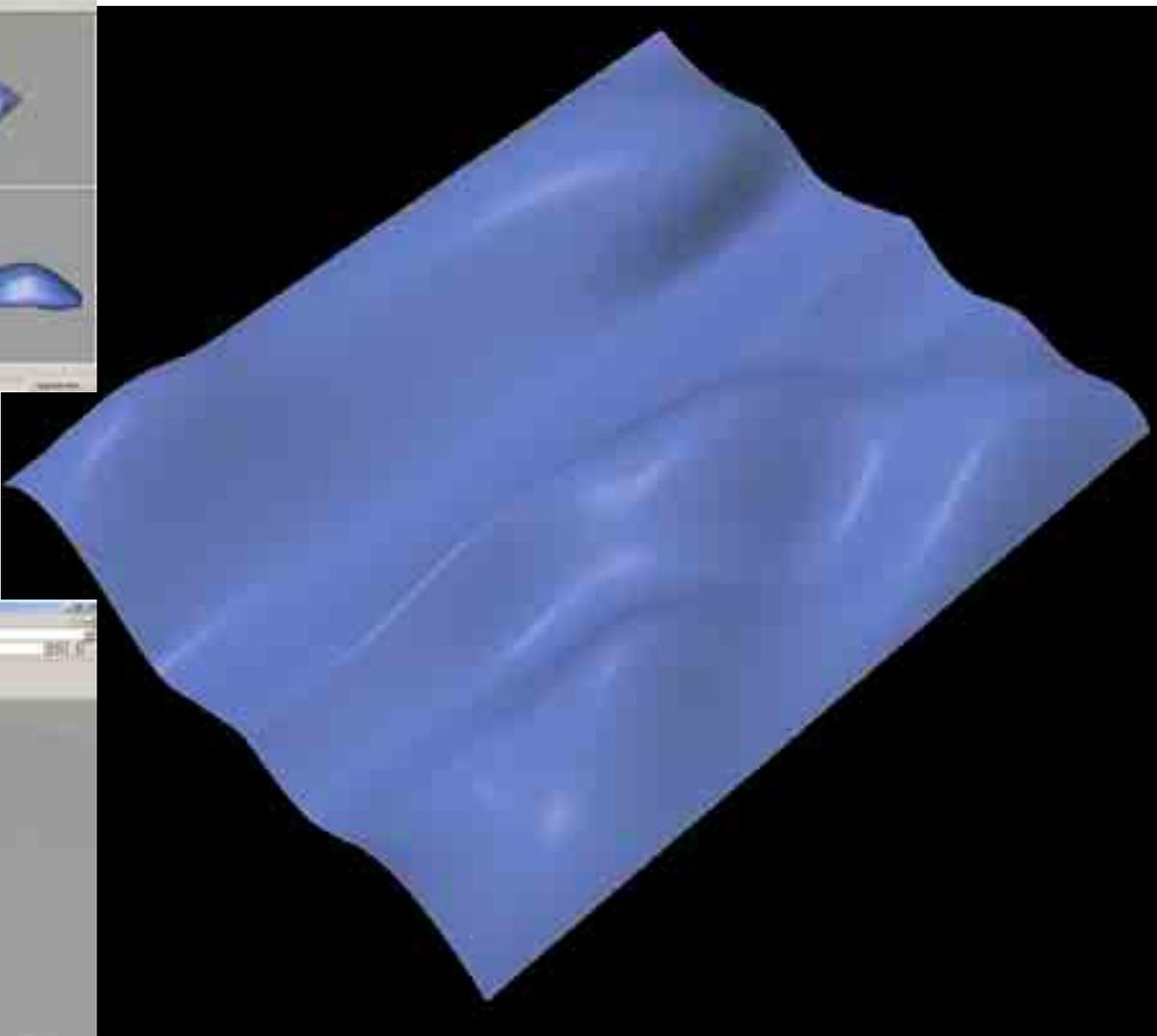
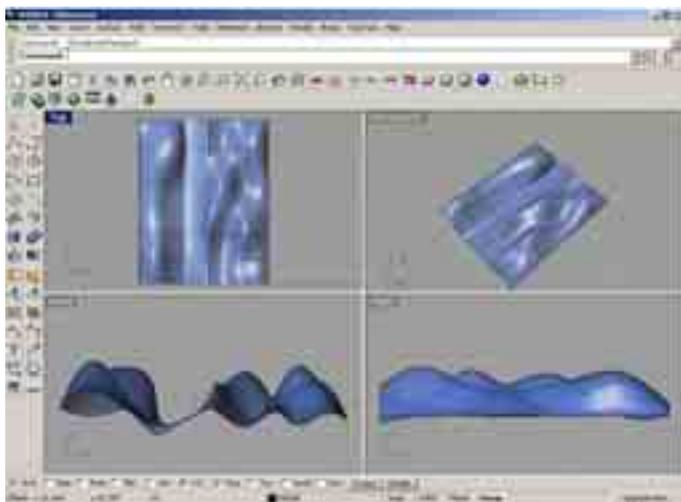
NURBS: NonUniform, Rational, B-Spline

IL GRADO è un numero intero positivo (il grado di una equazione lineare è 1, di una equazione quadratica, x^2 , è 2, di una equazione cubica, x^3 , il grado è 3).

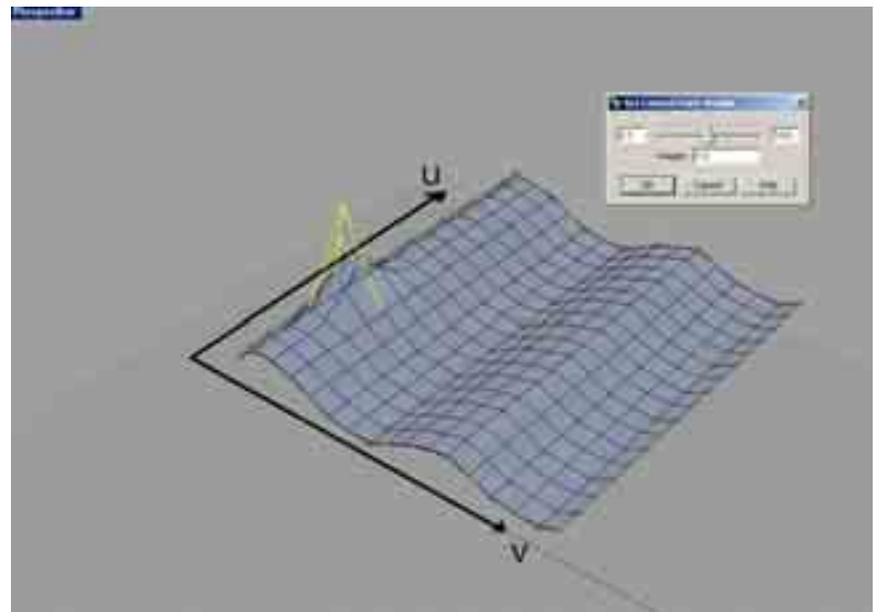
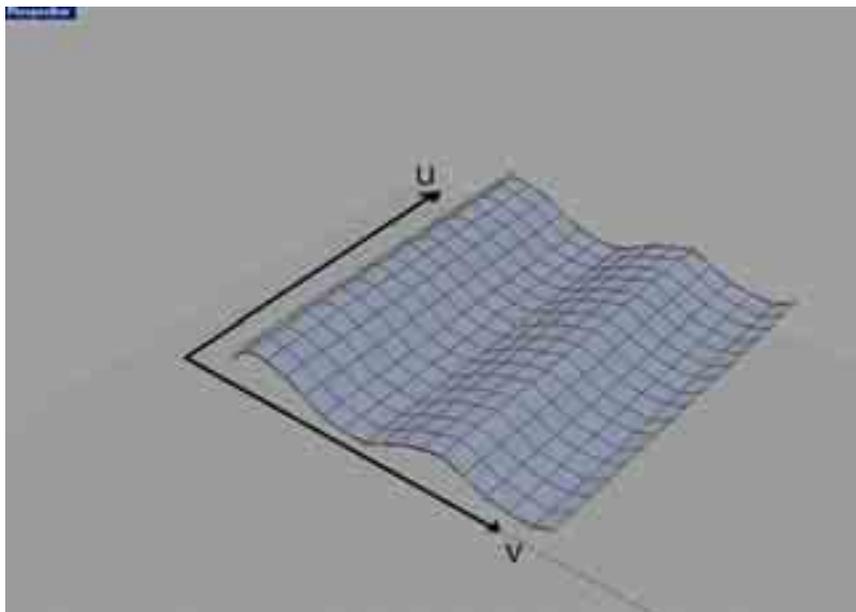
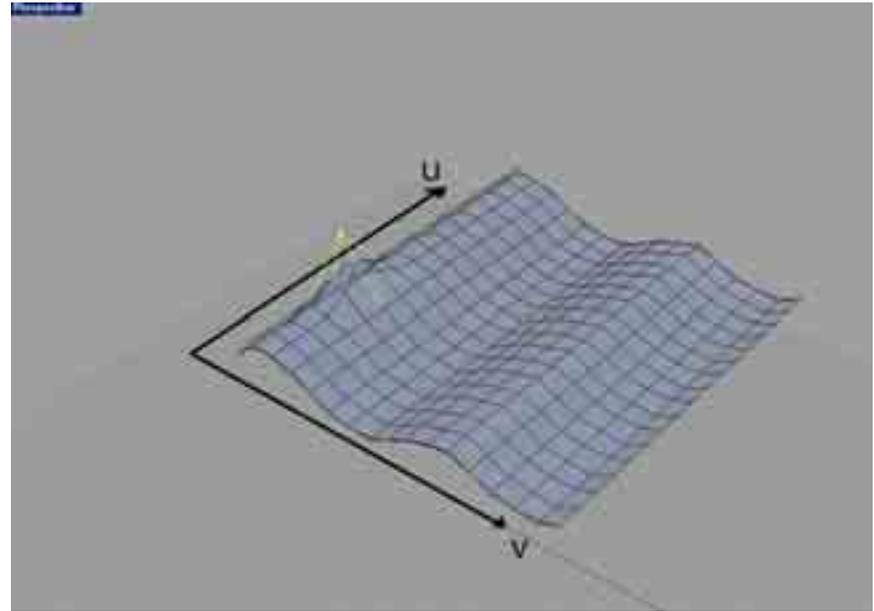
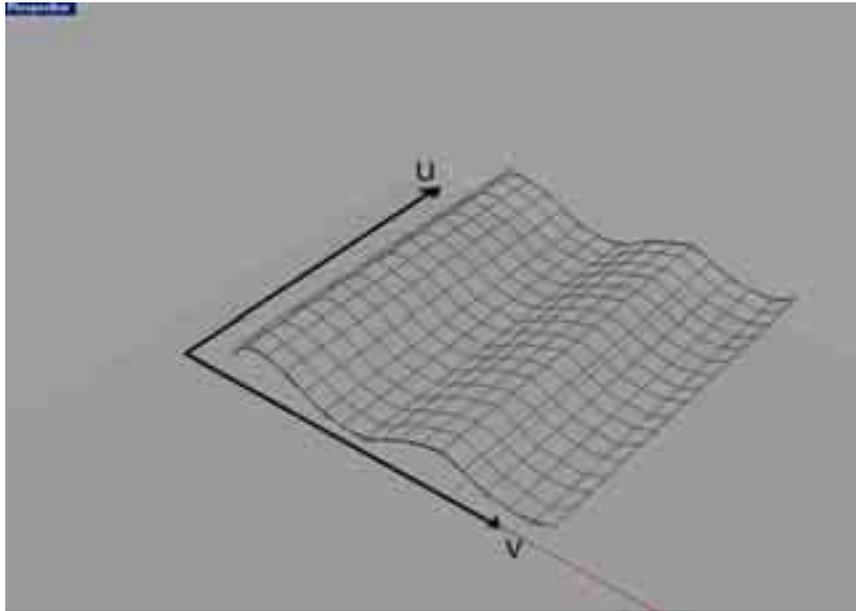
I PUNTI DI CONTROLLO, sono una serie di punti di numero almeno pari al valore dell'ordine della curva (definito come il numero del grado + 1). Rappresentano il modo più semplice per alterare la forma della NURBS, attraverso il loro spostamento nello spazio, infatti, viene impressa una deformazione locale.

I NODI sono una serie di numeri pari al grado + N-1, dove per N si intende il numero dei punti di controllo. Questa sequenza di numeri rappresenta in altre parole la definizione parametrica della NURBS, ed è detta anche *vettore dei nodi*.

La REGOLA DI STIMA associa, attraverso una formula matematica, un numero ad un punto. Questa formula matematica riesce a mettere in relazione i gradi, i punti di controllo e i nodi di una curva.



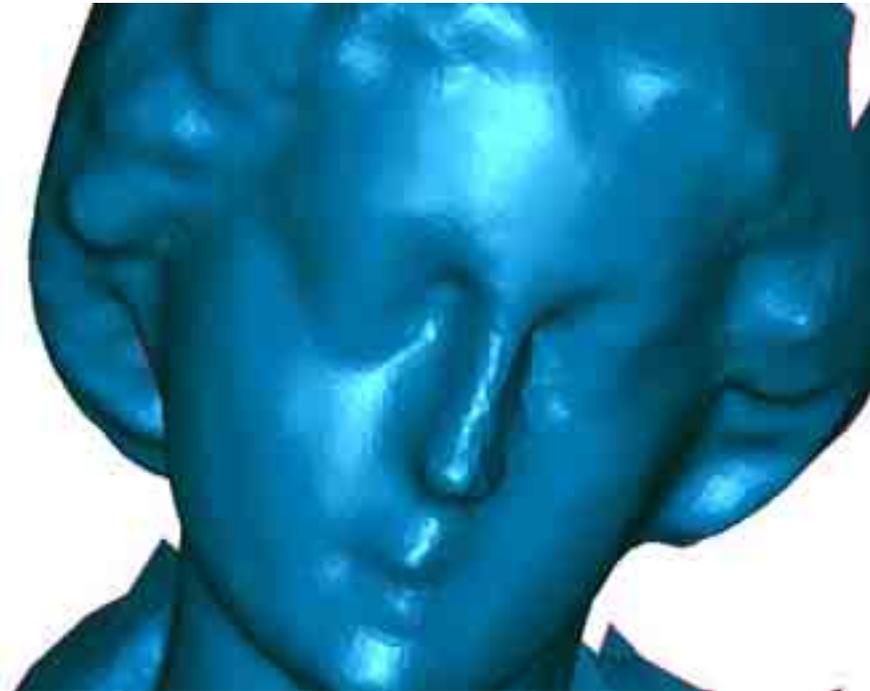
Esempio di superficie NURBS.



Esempio di editing di una superficie NURBS.

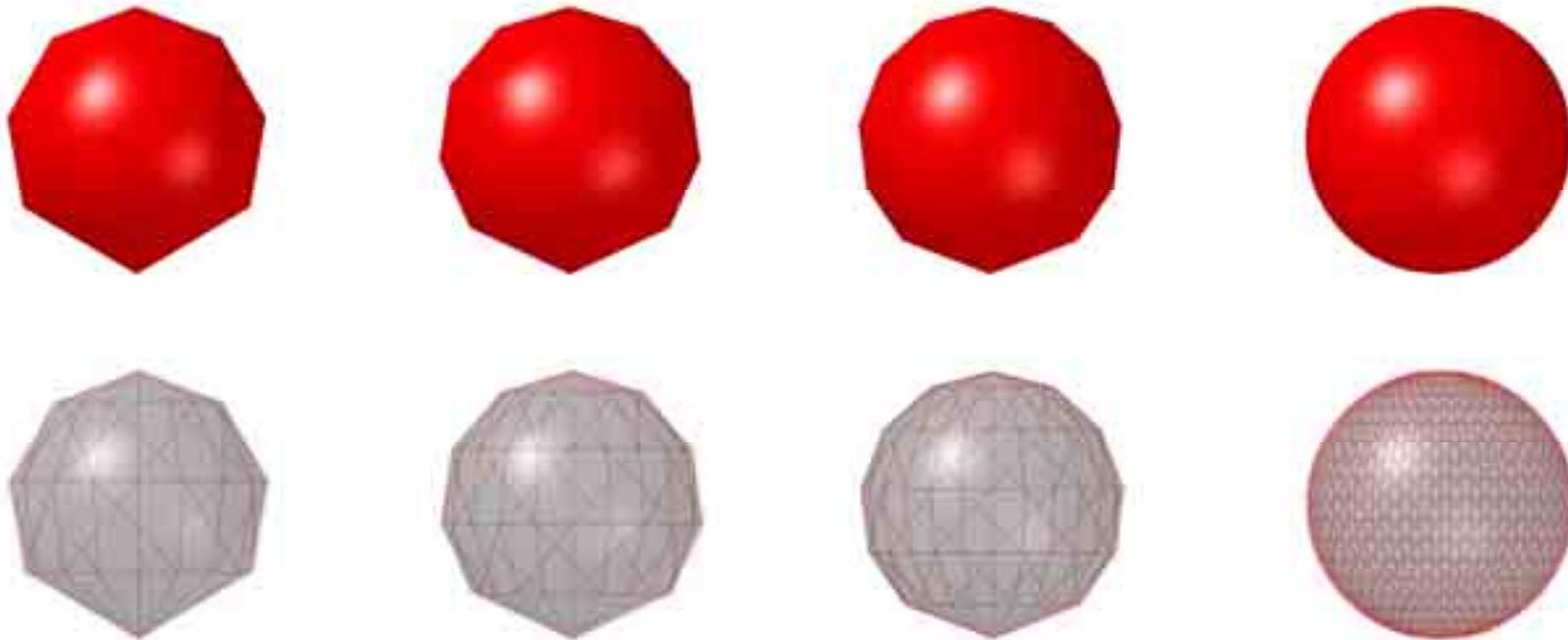
MESH

Le superfici mesh, chiamate anche superfici a maglia poligonale, sono utilizzate per la rappresentazione tridimensionale di rilievi complessi, come potrebbero essere quelli di statue o di terreni. Geometricamente sono composte da un insieme di vertici uniti tra loro da tante piccole superfici piane, solitamente di forma triangolare, una adiacente all'altra.



MESH

La descrizione di una superficie servendosi di una maglia poligonale è solitamente un processo d'approssimazione. Il grado di approssimazione della forma può essere gestito tramite il numero dei singoli sottoelementi mesh. Più è alto il numero dei sottoelementi più la superficie sarà dettagliata.



MESH

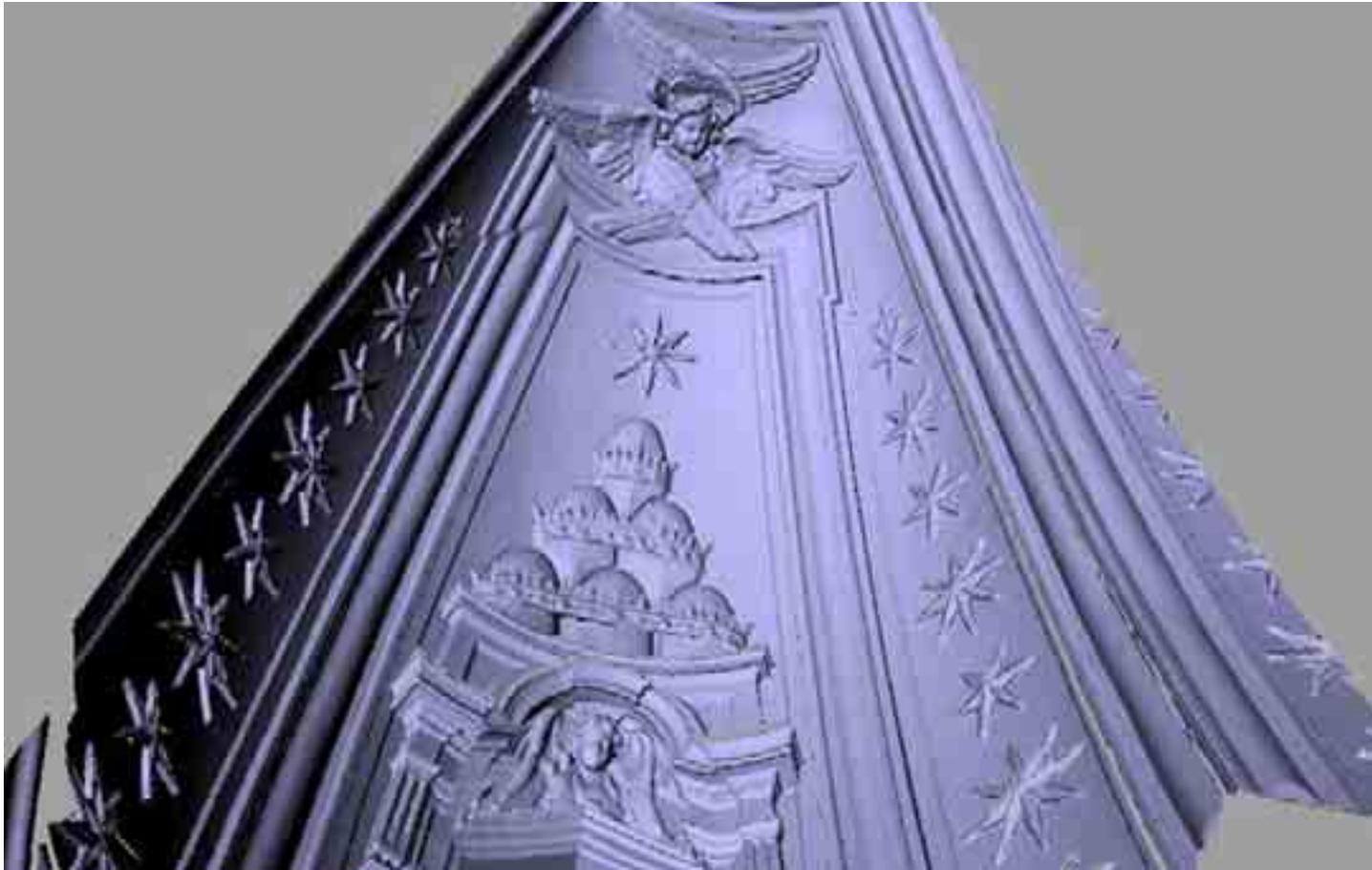
Gli elementi caratteristici delle superfici mesh sono:

-*vertici*: un punto ben definito nello spazio cartesiano, cioè descritto dalle sue coordinate x , y , z .

-*spigoli*: è un segmento rettilineo che collega due vertici adiacenti.

- *normali*: *definiscono la perpendicolare uscente alla superficie piana.*

MESH – Applicazioni



Rappresentazione di rilievi dalle geometrie complesse.

S.Ivo alla Sapienza, modello Mesh di una porzione della cupola.

MESH – Applicazioni



Effetti speciali per l'industria del cinema.

Pirati dei Caraibi, Disney Enterprises.

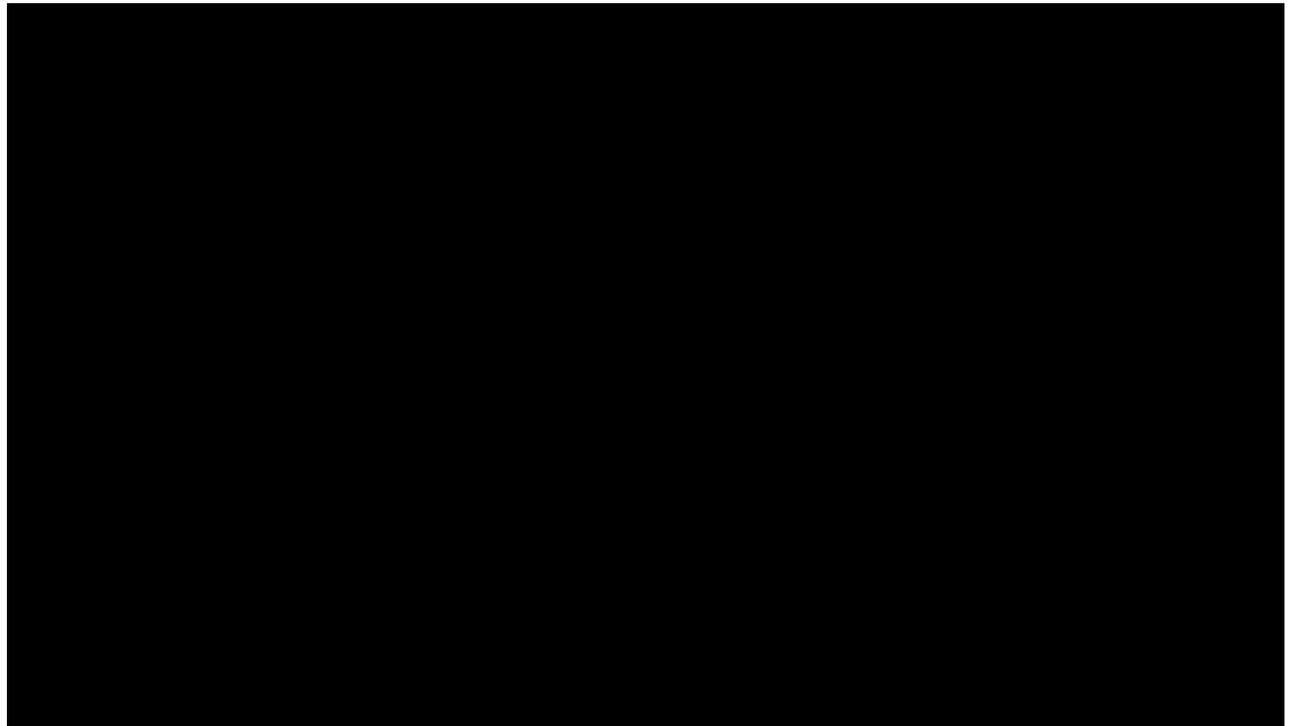
MESH – Applicazioni



Film d'animazione.

Ratatouille, Pixar Animation.

MESH – Applicazioni



Videogames.

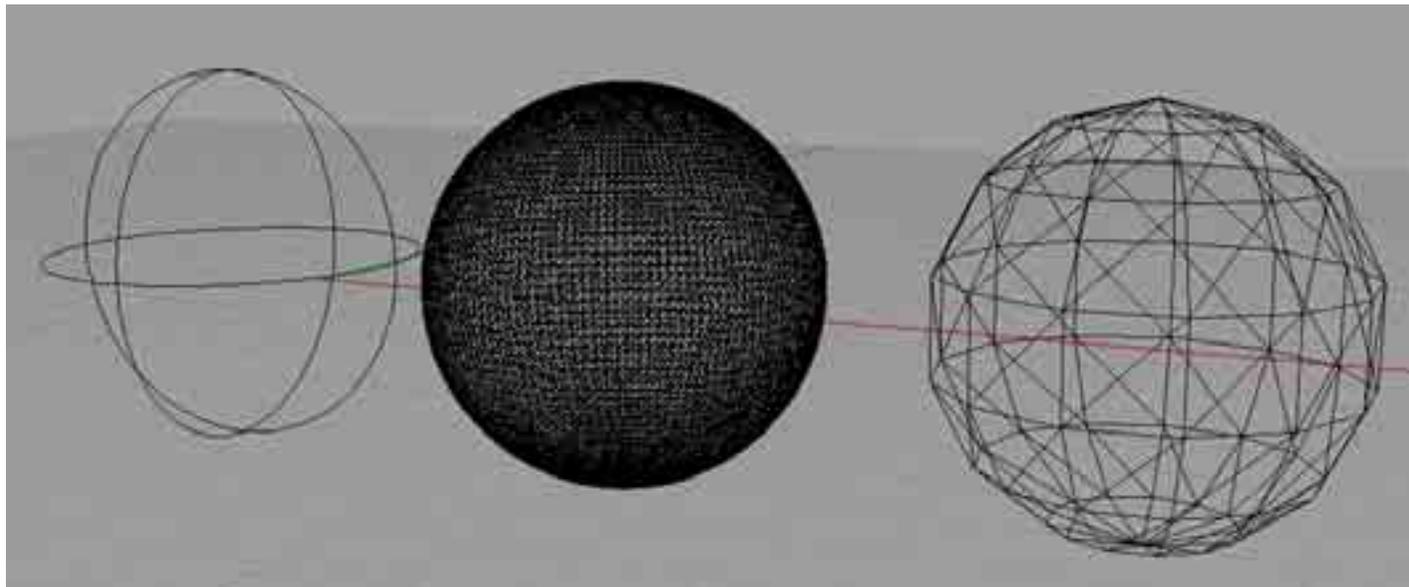
Assassin's Creed, Ubisoft.

Confronto tra superfici Mesh e superfici NURBS

Se vogliamo fare un confronto tra queste due tipologie di superfici, bisogna partire dal presupposto che non si potrà mai arrivare ad una conclusione che preveda sempre l'utilizzo di una piuttosto che l'altra, questo perché bisogna sempre fare riferimento all'obiettivo a cui si prefigge.

Le superfici NURBS, dal punto di vista matematico, sono molto complesse e richiedono una elevata quantità di risorse informatiche per riuscire a gestirle al meglio. Allo stesso tempo, però, come vantaggi hanno quello di riuscire a rappresentare ottimamente qualsiasi forma e quello di essere costituite da un numero molto limitato di elementi.

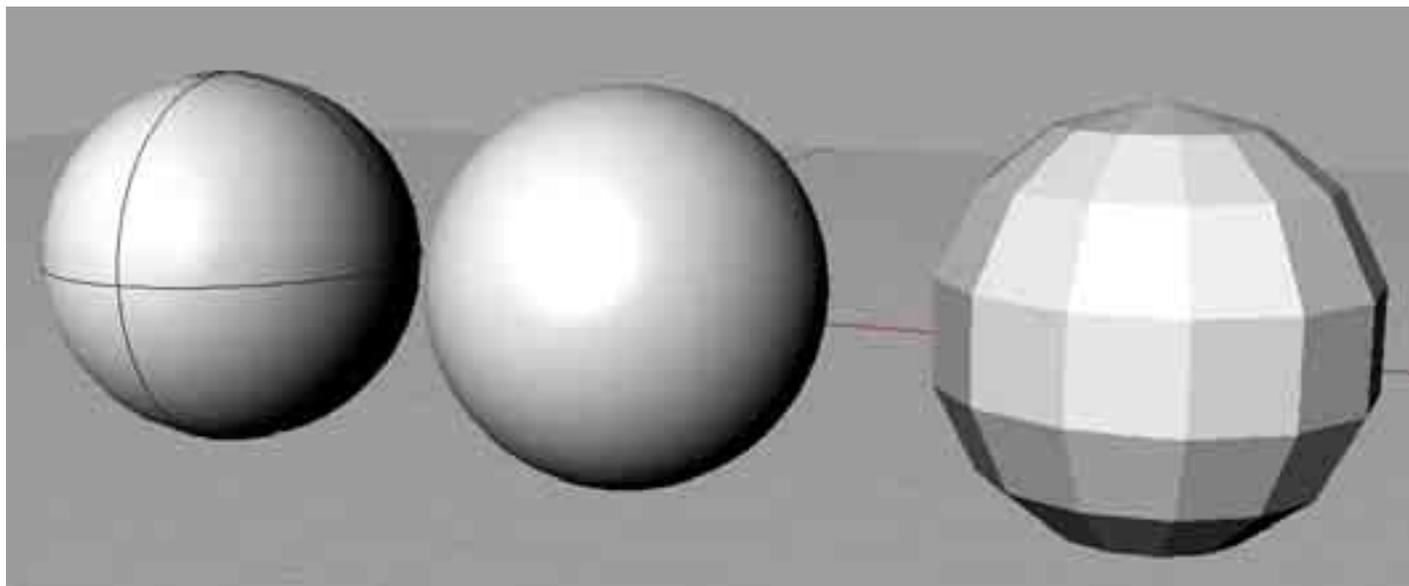
Le superfici mesh, grazie alle loro caratteristiche geometriche, sono più facilmente gestibili dai diversi software di modellazione 3D, permettono la massima duttilità di forme e facilità di trasformazione. Tuttavia attuano sempre una semplificazione della geometria dell'oggetto di studio.



nurbs

mesh

mesh

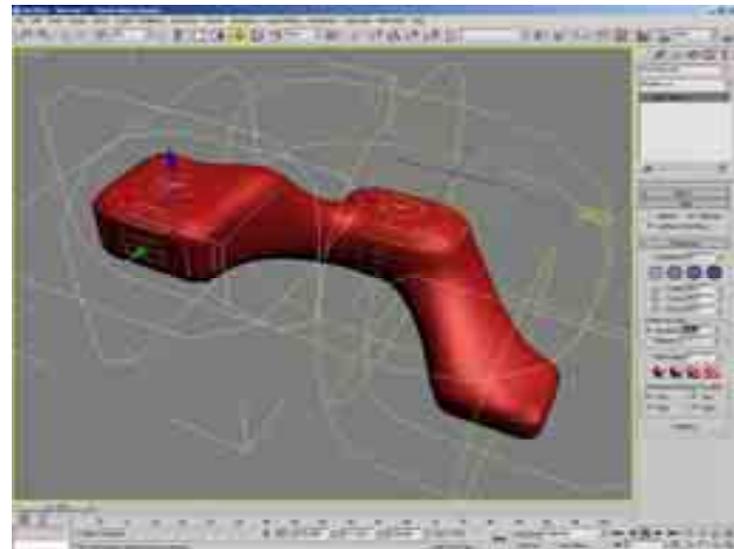
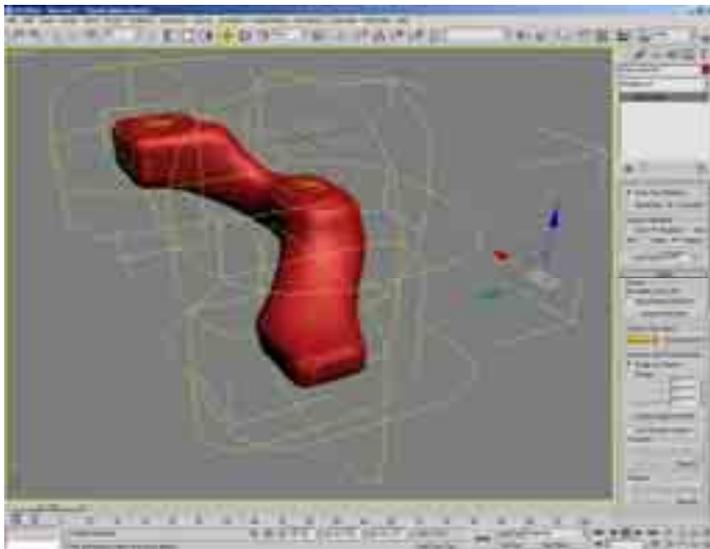
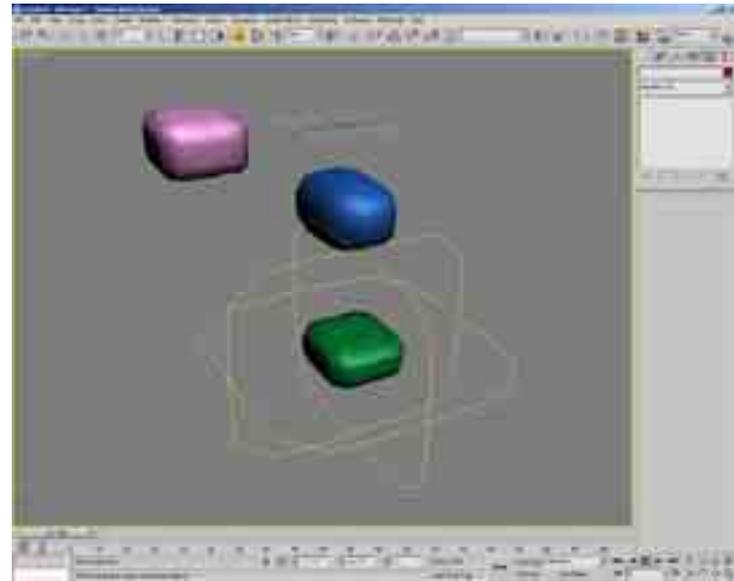
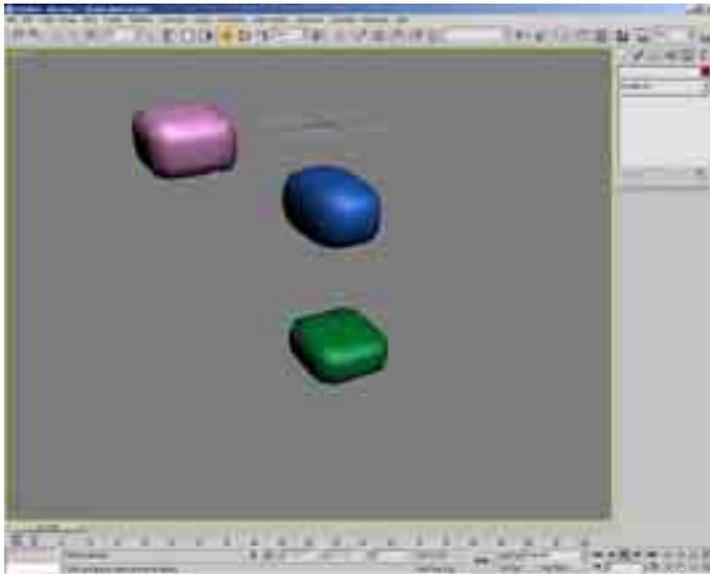


Confronto Mesh e NURBS.

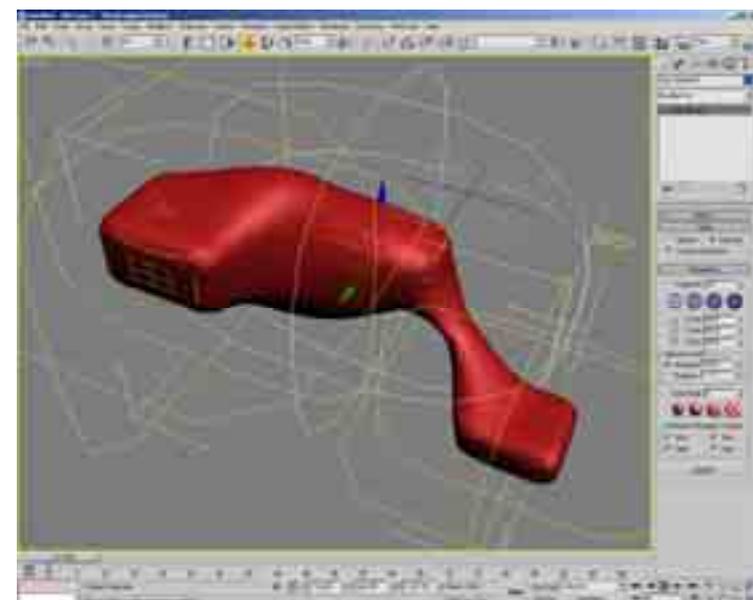
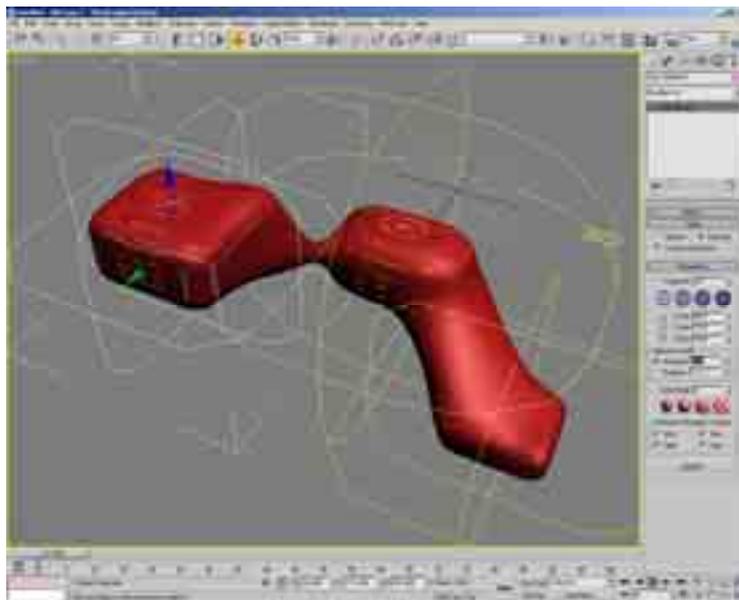
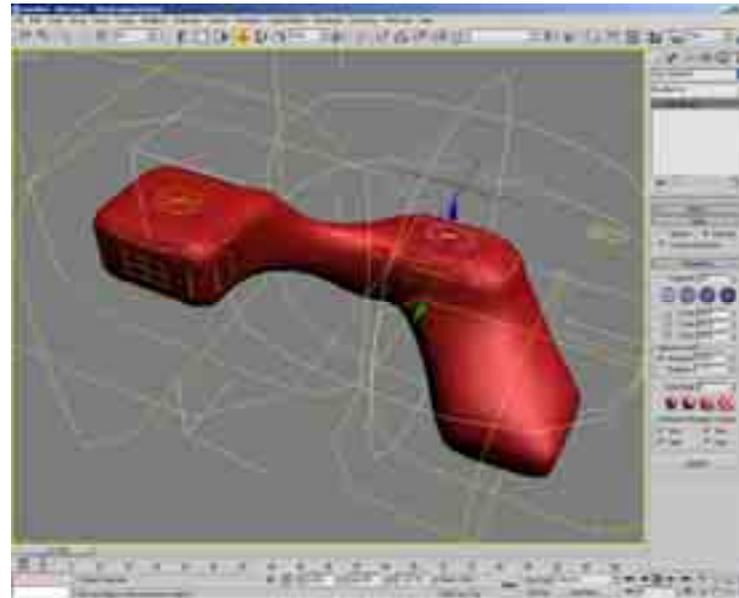
Nuove metodologie progettuali

Definizione della forma e del volume

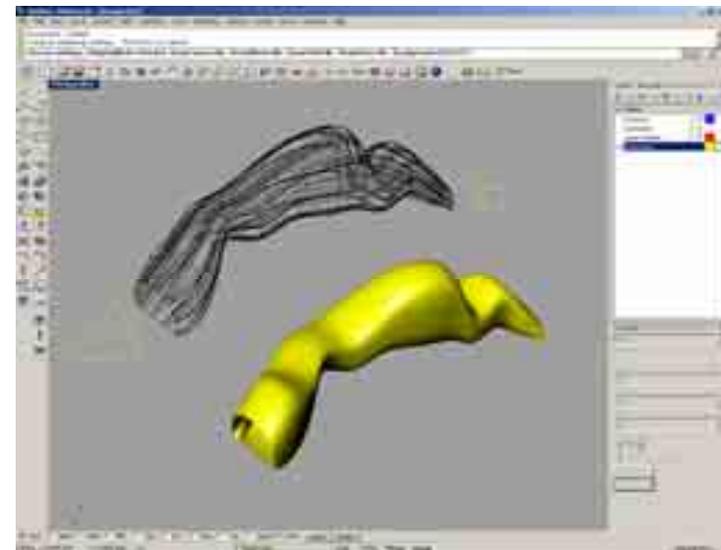
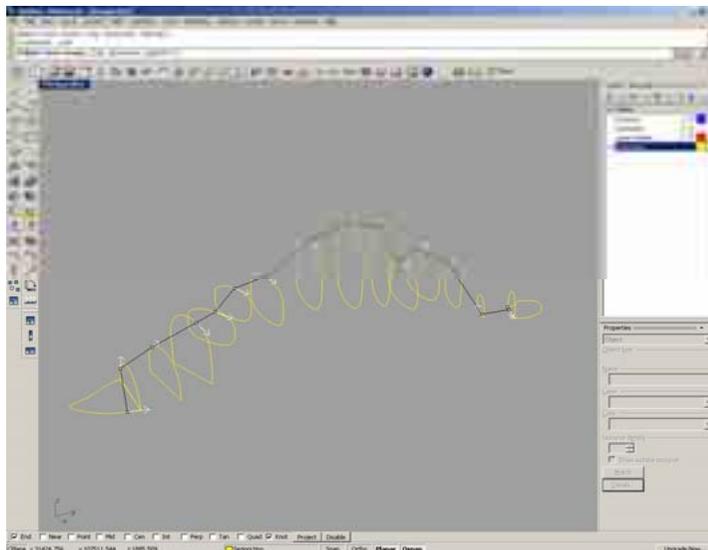
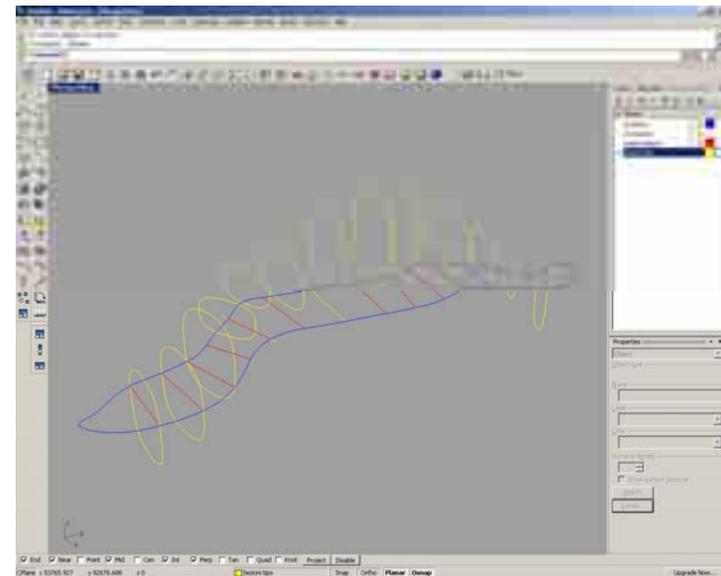
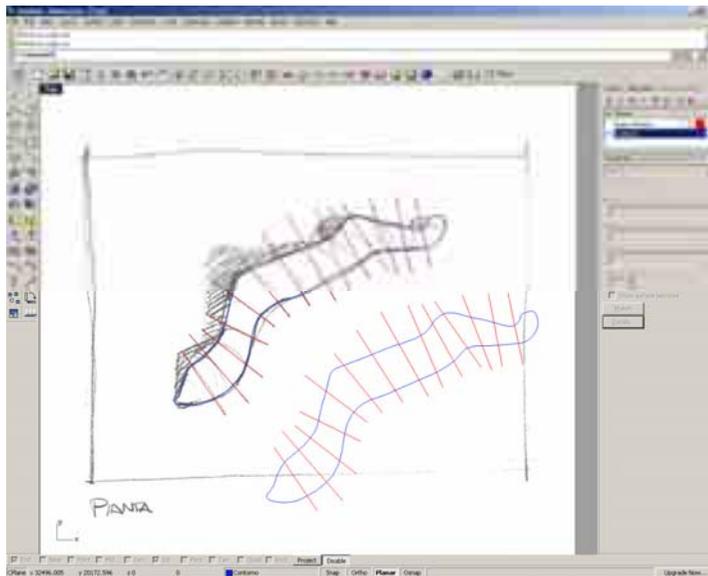
Sperimentazioni



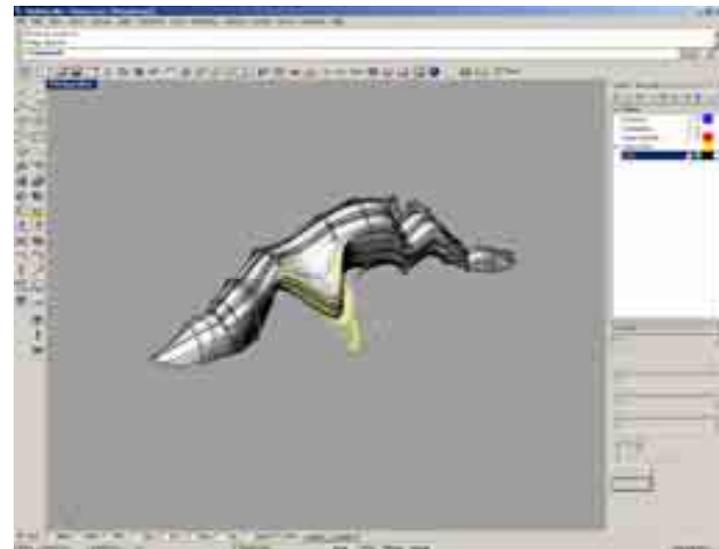
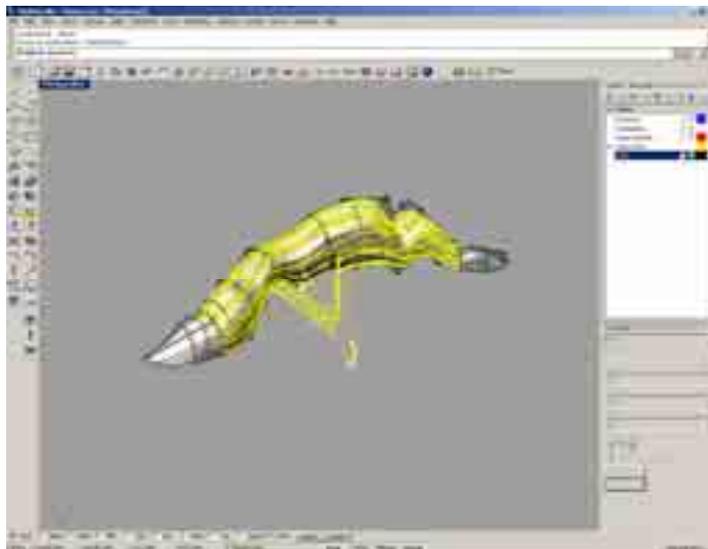
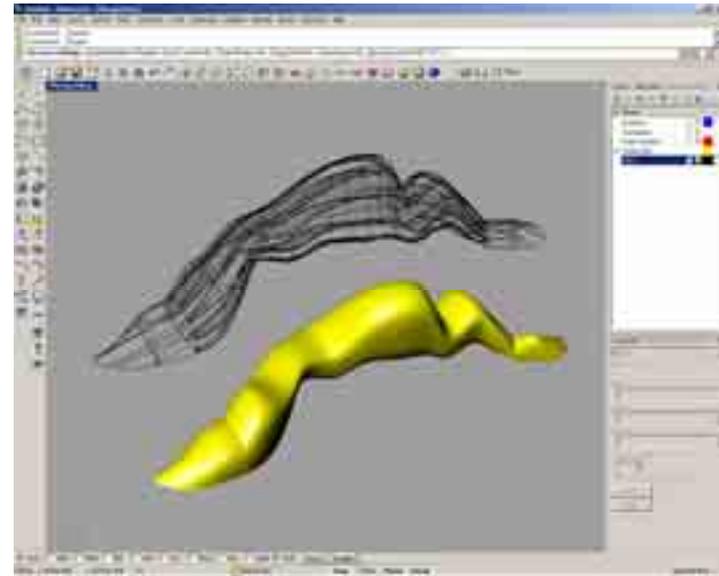
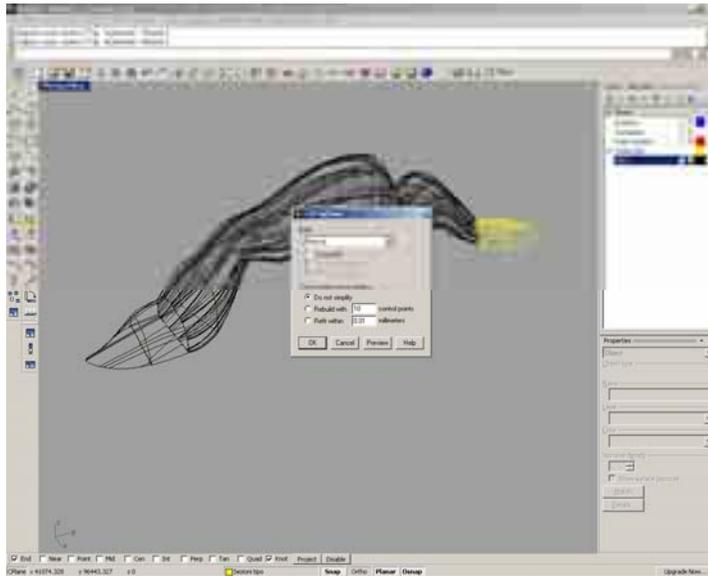
Metaball.



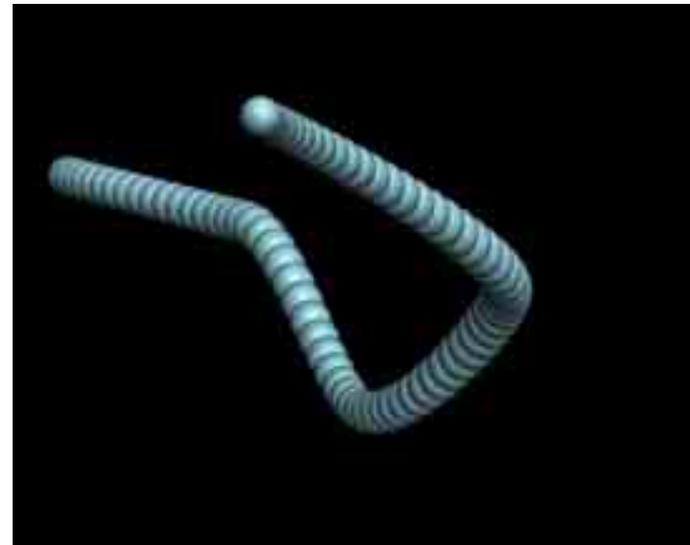
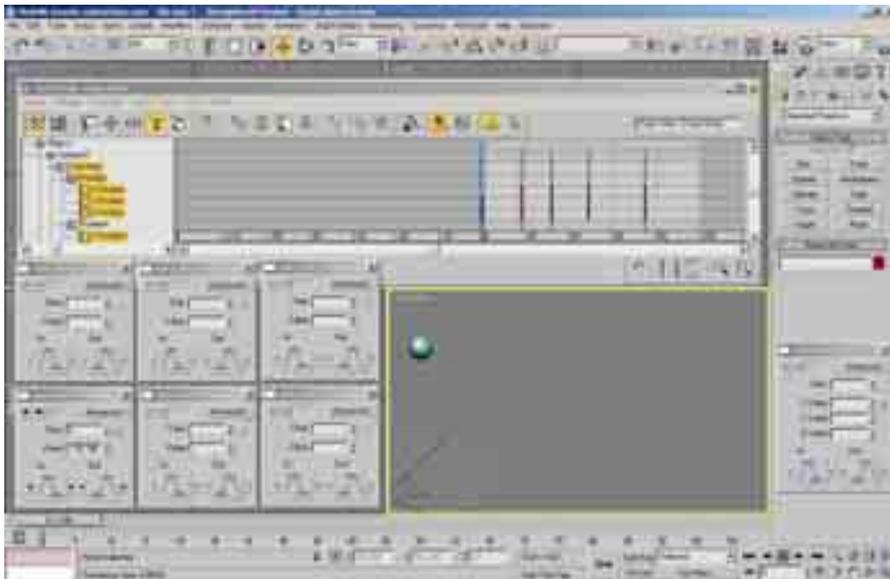
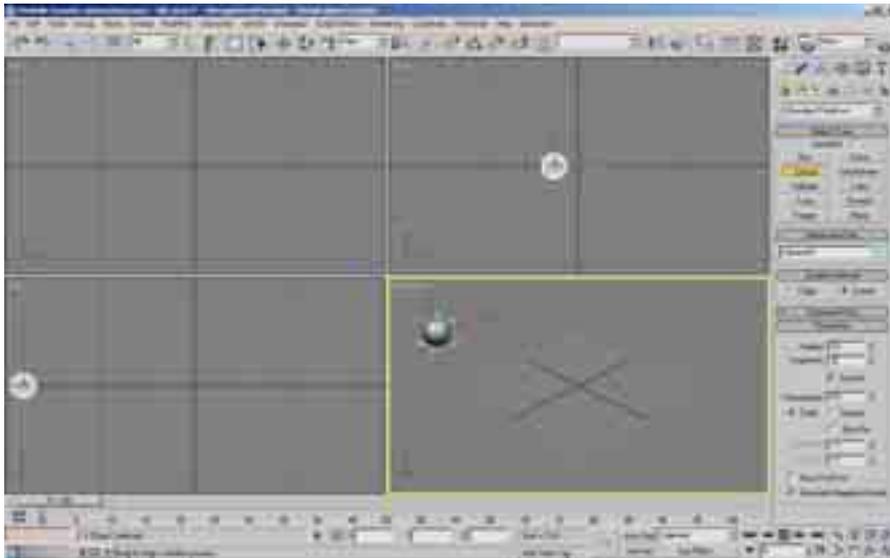
Metaball.



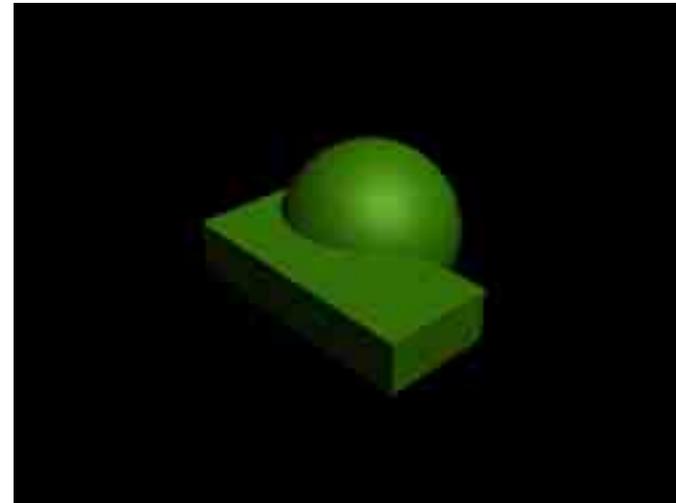
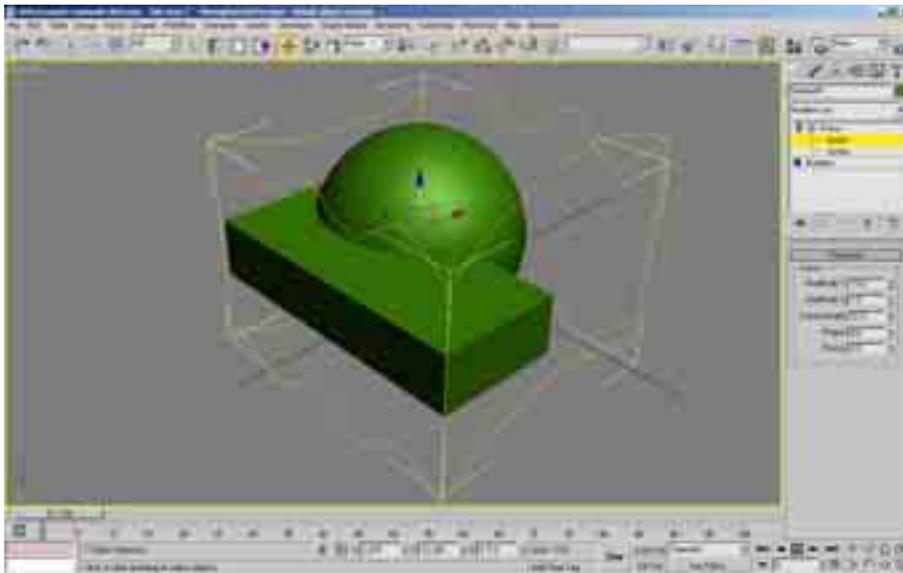
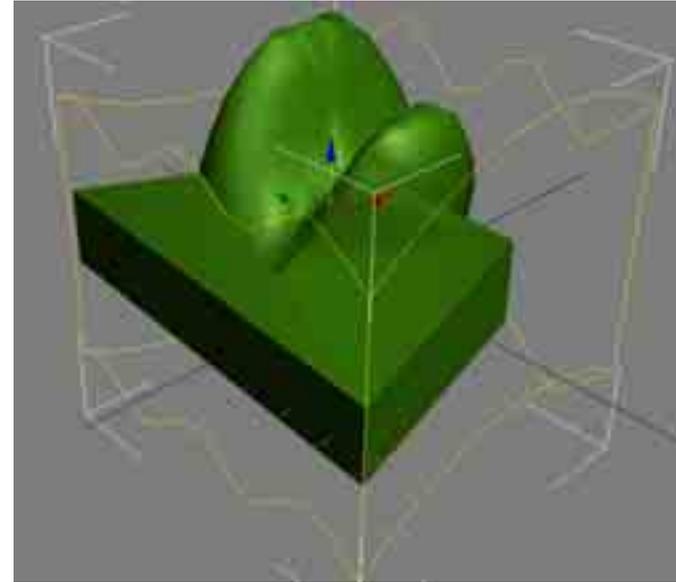
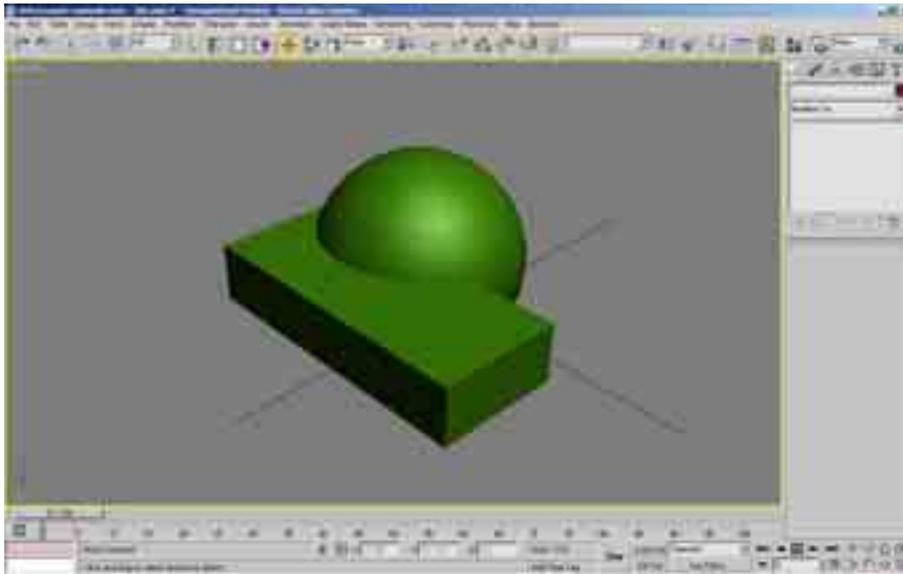
Modello per sezioni.



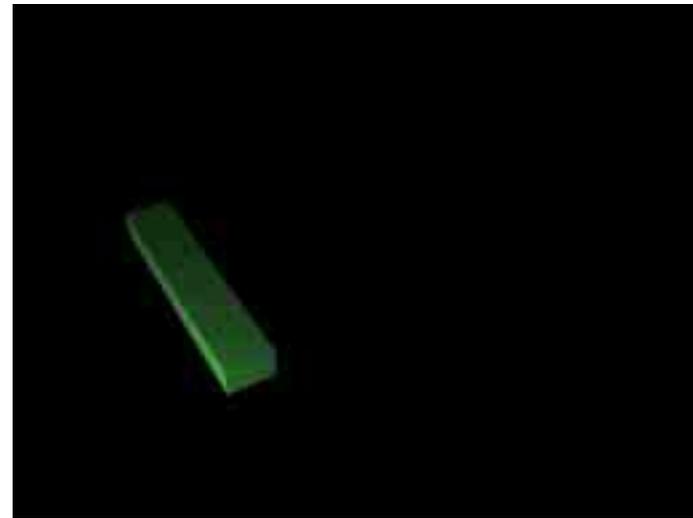
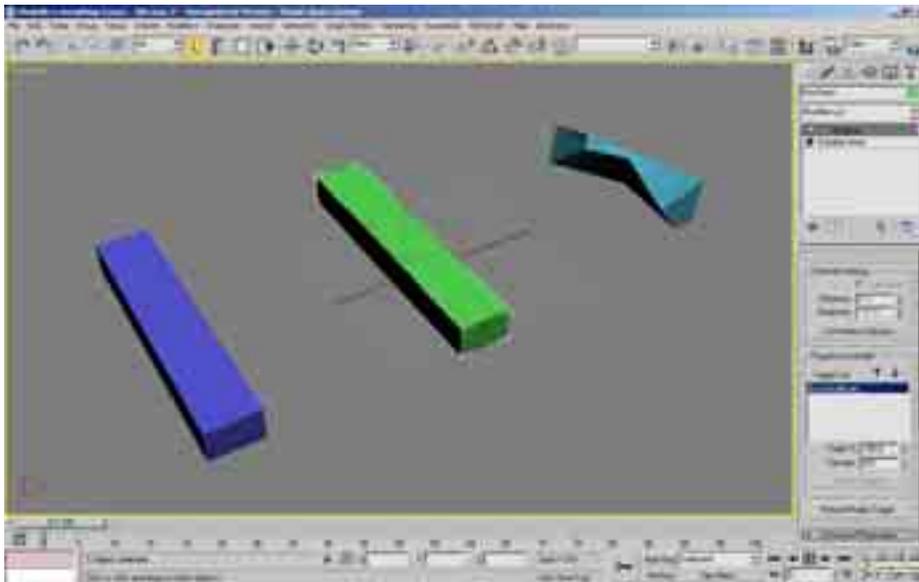
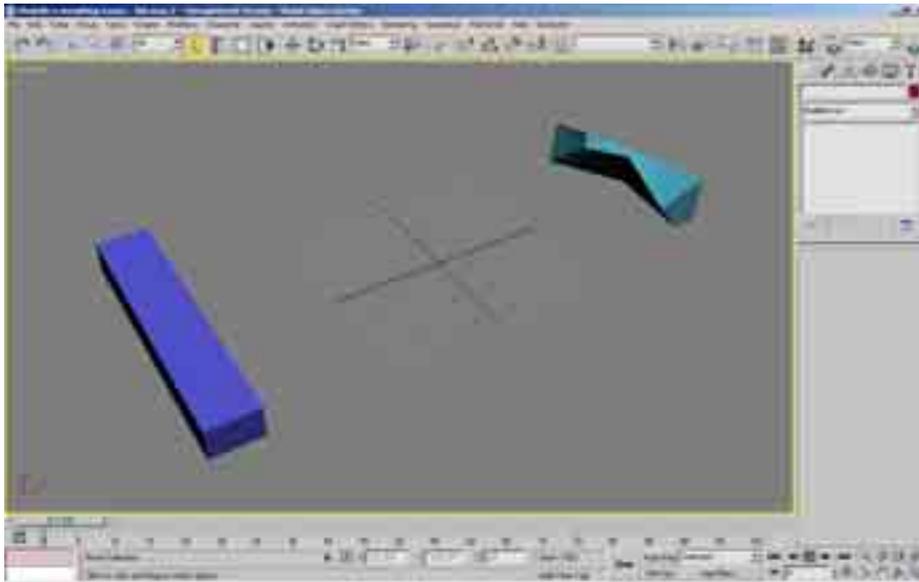
Modello per sezioni.



Modello tramite animazione (Keyframing).

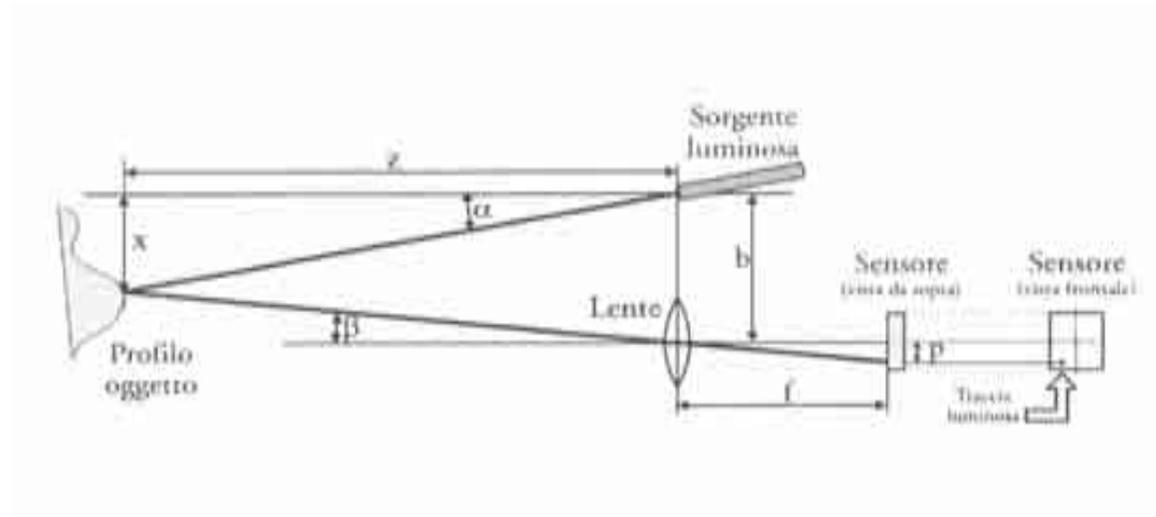


Modello tramite strumenti di deformazione.



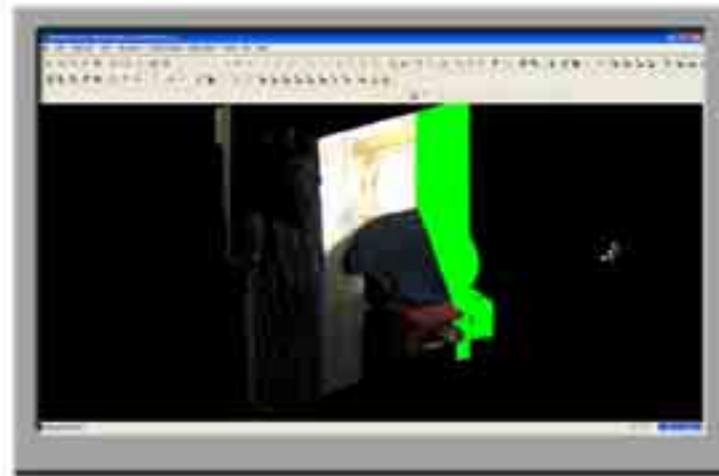
Morphing.

Reverse Modelling



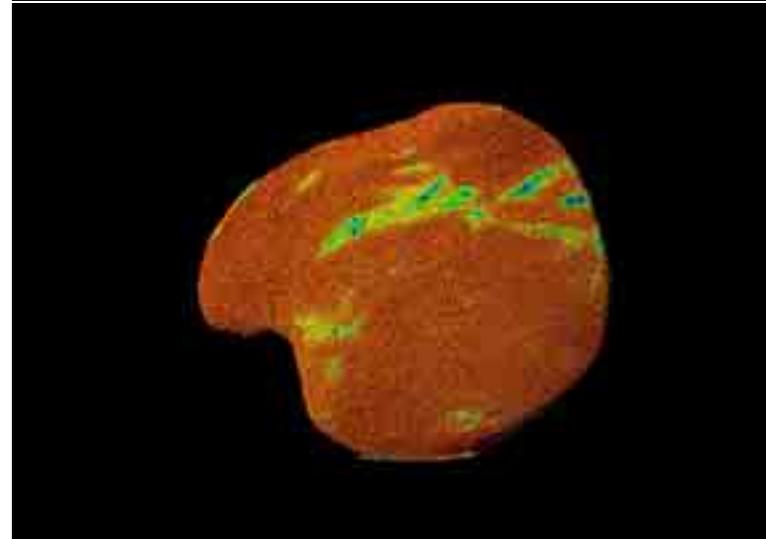
Scanner 3D a triangolazione.

Reverse Modelling



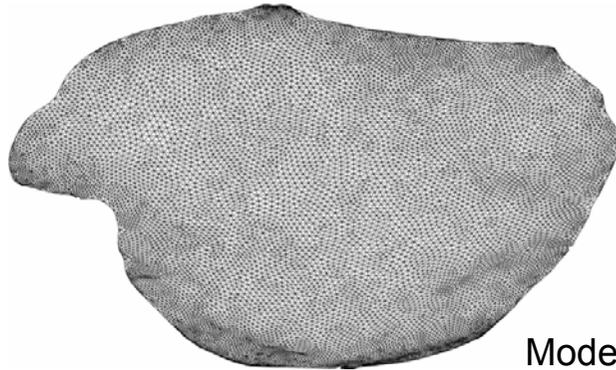
Fase di acquisizione del modello fisico.

Reverse Modelling

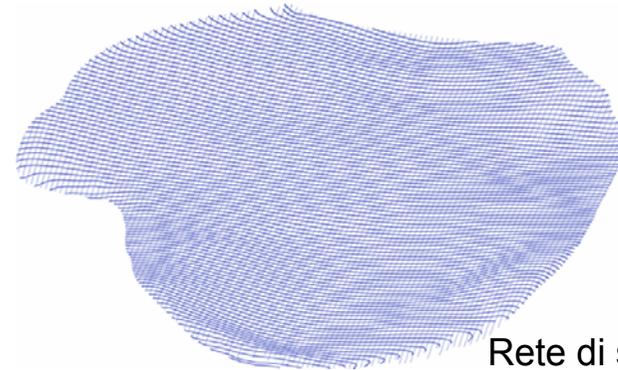


Fase di pulizia dati.

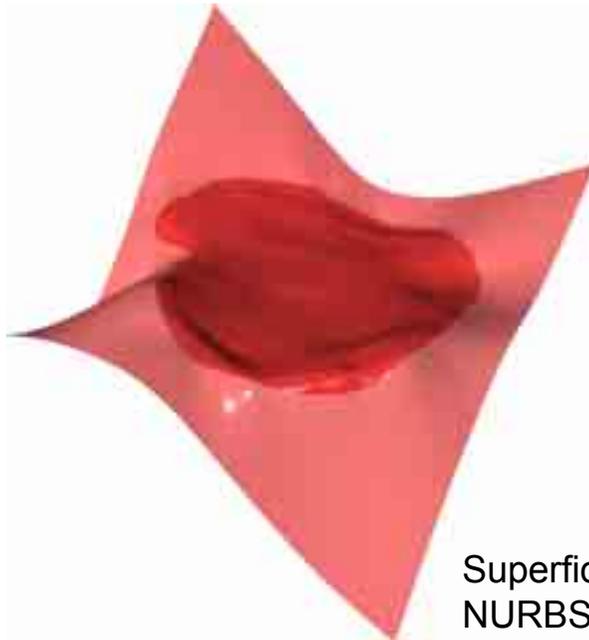
Reverse Modelling



Modello Mesh



Rete di sezioni



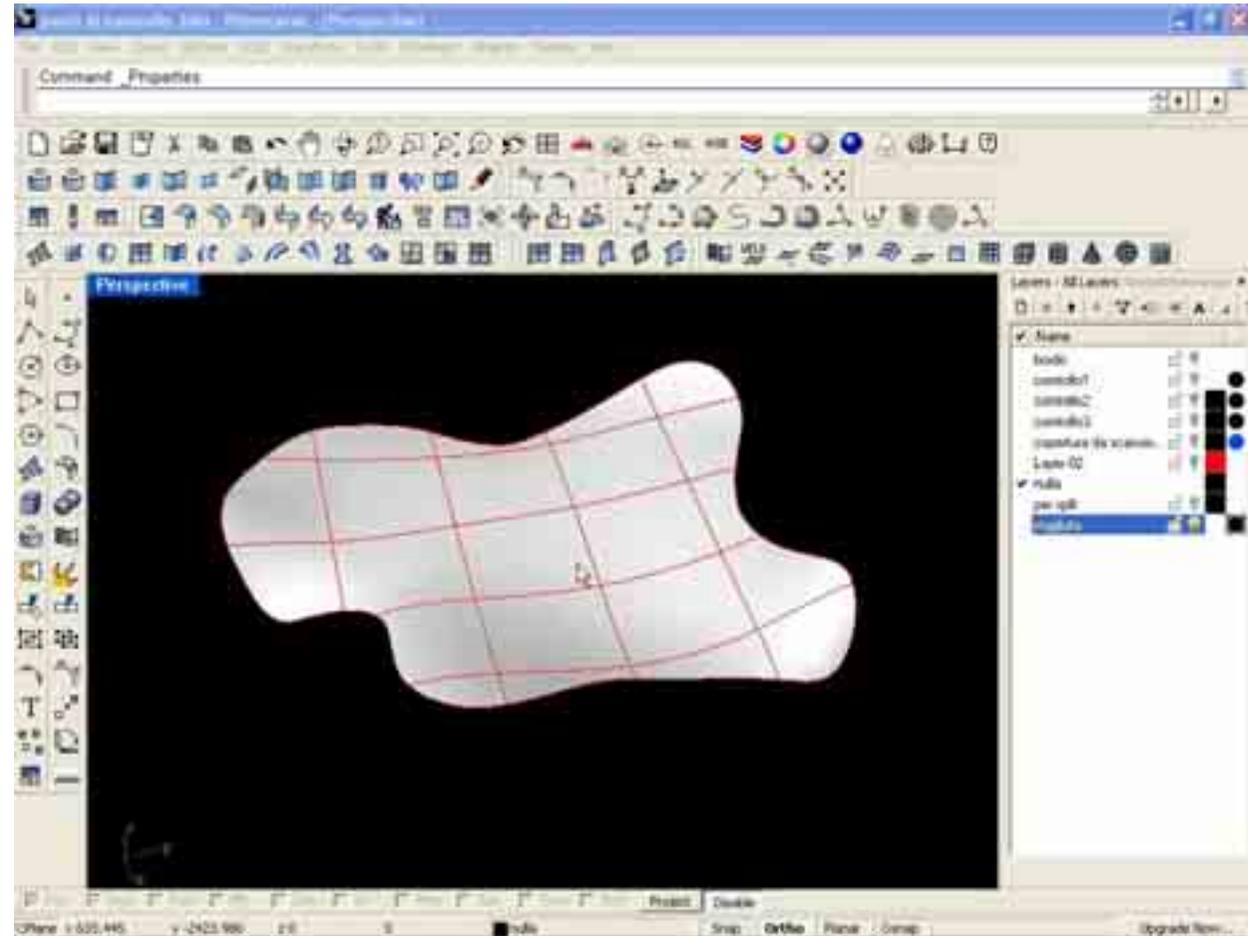
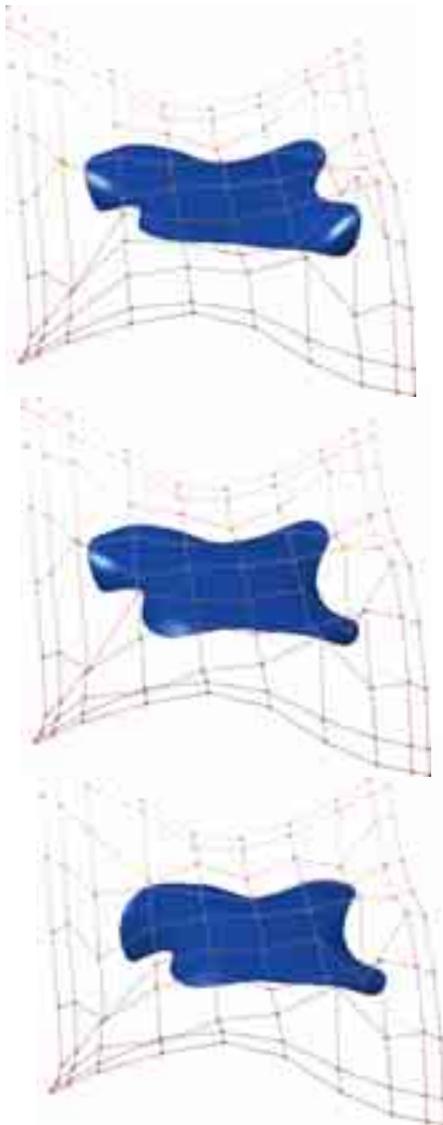
Superficie
NURBS intera



Superficie
NURBS finale

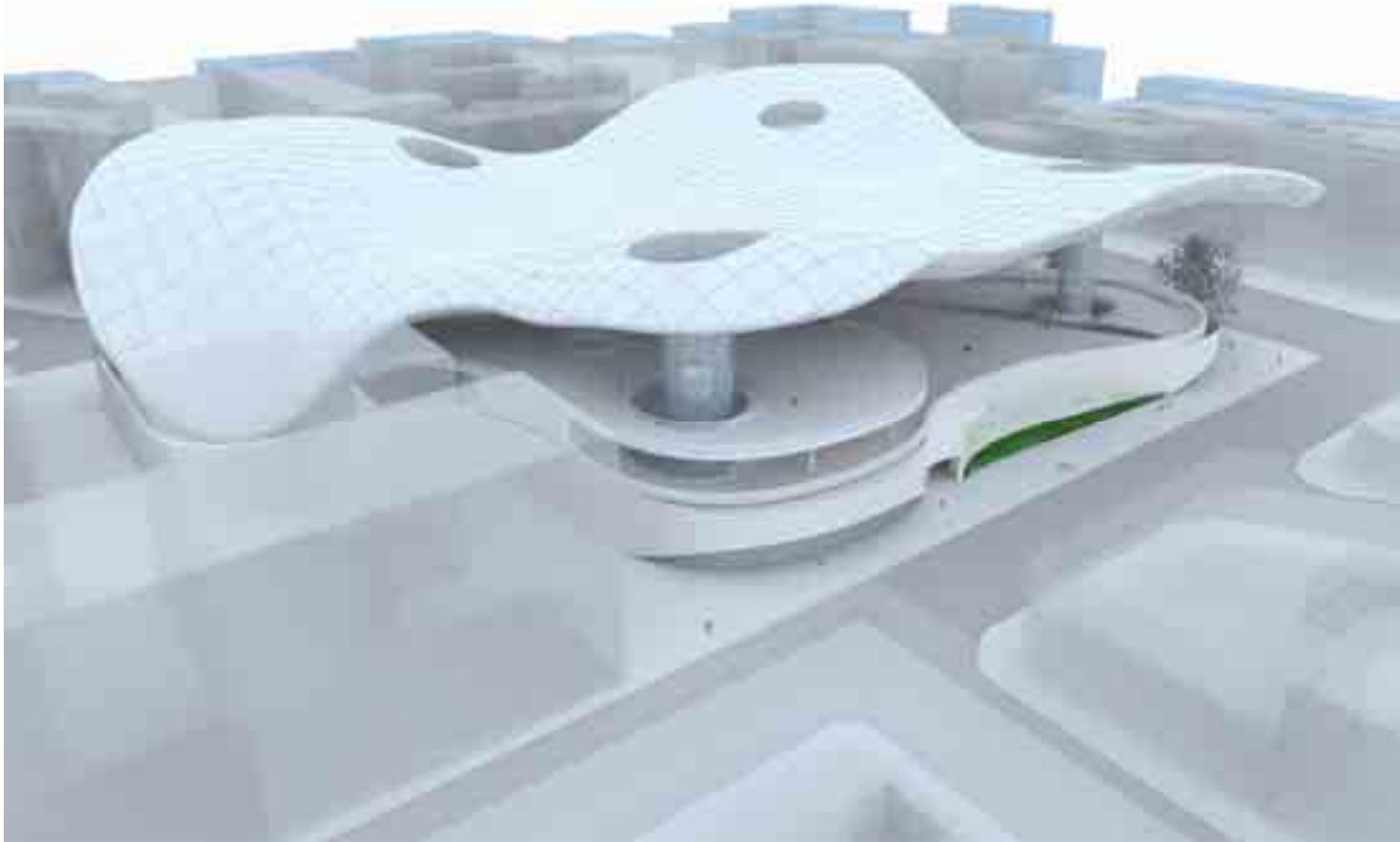
Trasformazione della superficie Mesh in una superficie NURBS.
Metodo delle sezioni.

Reverse Modelling



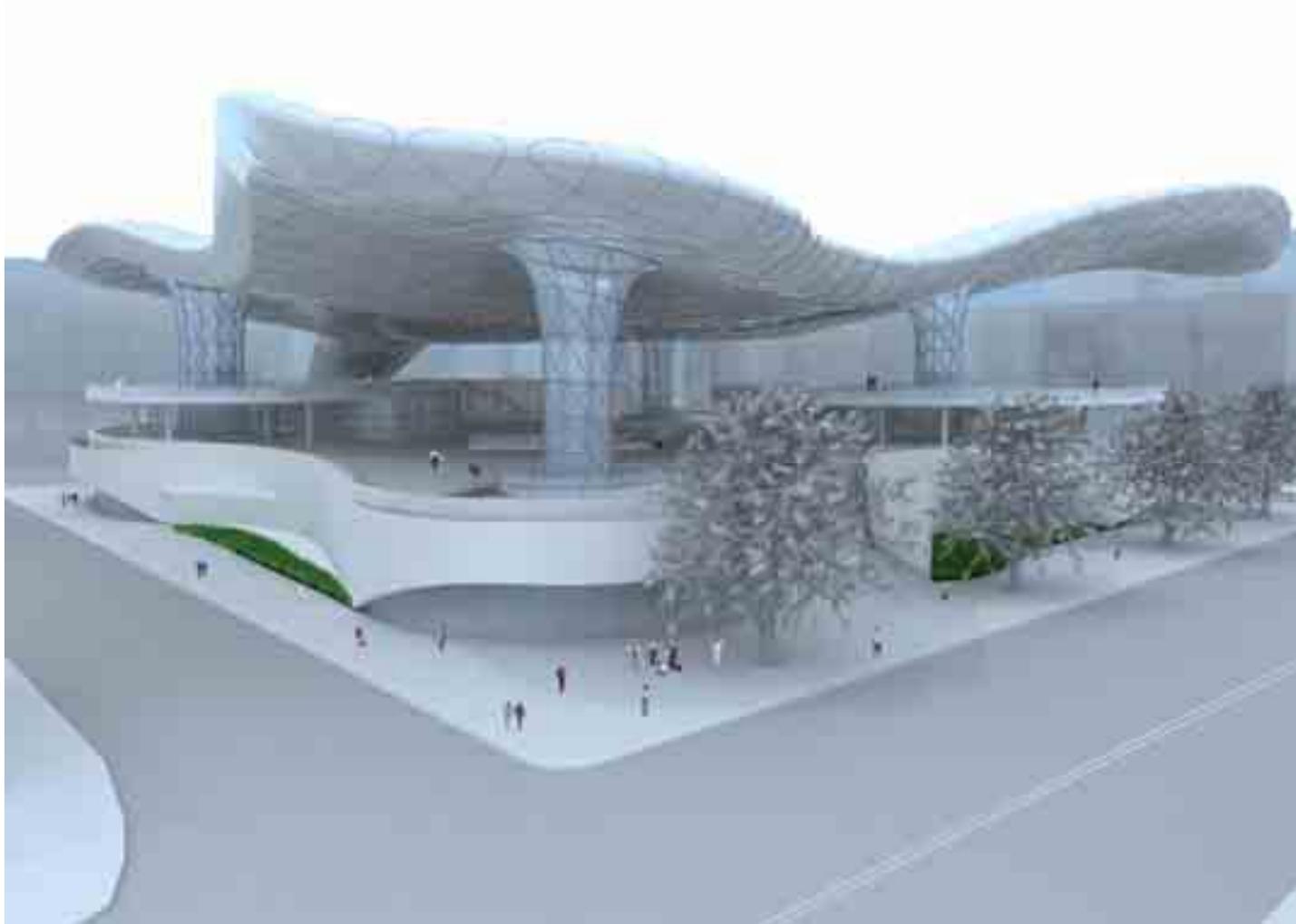
Operazioni di editing sulla superficie NURBS.

Reverse Modelling



Dalla superficie NURBS al progetto architettonico.

Reverse Modelling



Dalla superficie NURBS al progetto architettonico.